ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU MARDI 22 AVRIL 1924.

PRÉSIDENCE DE M. GUILLAUME BIGOURDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉTÉOROLOGIE ET NAVIGATION AÉRIENNE. — *Sur les tourbillons cycloniques des* cirrus *ne se propageant pas jusqu'au niveau terrestre.* Note de M. **F.-E. Fournier**.

1. Certains tourbillons cycloniques, dont j'ai expliqué la formation dans la couche dominante des *cirrus*, n'acquièrent pas une vitesse giratoire suffisante pour se propager jusqu'au niveau terrestre, en y déchaînant un *cyclone* ou un *typhon*. Ils s'y manifestent alors, seulement, par une *simple dépression* formée d'un ensemble *d'isobares sensiblement concentriques* s'y déplaçant avec une vitesse égale à celle de l'axe central de celui de ces tourbillons dont elle résulte. De plus, lorsque cette dépression est assez rapide et profonde pour y amorcer des *coups de vent d'aspiration*, vers son centre, ceux-ci, en y affluant, en différentes directions, y *soulèvent un tourbillon atmosphérique local*, de peu de hauteur, mais capable de désemparer un *dirigeable* qui s'y laisserait entraîner.

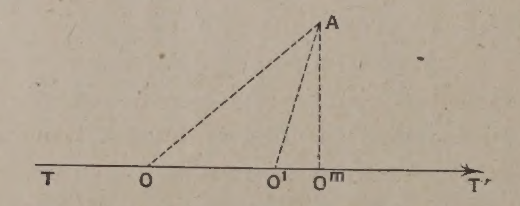
2. C'est, probablement, un coup de vent d'aspiration de cette nature que remontait le « *Dixmude* », en bonne route, à l'altitude de 2000^{m}, dans sa traversée de retour, *de la côte Tunisienne vers Cuers*, *quand ce dirigeable fut foudroyé*, en traversant une agglomération *de nuages orageux* que son vigilant commandant avait aperçus et dont il s'empressait de conjurer la menace, sans doute, en tentant de la contourner et, de plus, en faisant rentrer *l'antenne de son appareil de T. S. F.*, ainsi qu'il l'annonçait par le dernier télégramme qu'il put y transmettre, avant *l'heure fatale*.

3. Pour éviter une semblable catastrophe aux *grands dirigeables rigides* destinés surtout à survoler les océans, ils devraient donc être construits

et approvisionnés de manière à pouvoir s'y maintenir, en plein vol, à des altitudes dépassant notablement 2000^m et atteignant jusqu'à 6000^m, peut-être, afin de leur enlever toute crainte d'y rencontrer des nuages orageux capables de les foudroyer. Il est vrai qu'ils y seront encore exposés à se heurter à *des cyclones*, *suivant des routes opposées aux leurs*, *mais*, *avec la possibilité de s'en dégager latéralement*, du côté favorable à cette manœuvre de dérobement ([1]), à la condition d'avoir pu supporter par leur résistance, sans être désemparés, le premier choc de cette rencontre, en prenant la précaution de l'amortir par une diminution momentanée de leur vitesse.

4. Il me reste à confirmer la relation, $\frac{P-p}{P-p_1} = \frac{r_1}{r}\sin 2l$, de ma Note précédente ([2]), par la *vérification expérimentale* du rapport $\frac{P-p}{P-p'} = \frac{r'}{r}$, qui s'en déduit, dans chaque cyclone ou typhon.

5. Soient A (voir figure) la position d'un *observatoire quelconque* du niveau terrestre; p une des pressions barométriques qui s'y trouve enregistrée, à l'*intervalle horaire*, X, pendant le passage d'un *cyclone* ou d'un *typhon;*



et $P-p$ la baisse barométrique obtenue en retranchant p de la *pression culminante*, P régnant sur le contour, de rayon R, de l'aire des dépressions de la base du météore. Représentons par $P-p'_1$ celle des baisses, $P-p'$, enregistrée à l'intervalle horaire X'_1 où l'*accroissement relatif* $\frac{d(P-p)}{dX}$ atteint son *maximum*, le centre de dépression du météore étant alors au point O_1 sur la trajectoire rectiligne TT′ qu'il suit avec la vitesse, V, *supposée uniforme*, vers le point O_m de cette trajectoire, le *plus rapproché* de l'observatoire, A, qu'il atteindrait à l'intervalle horaire X_m.

Soit enfin O une position quelconque de ce centre de dépression, où la baisse barométrique $P-p$ est moindre que $P-p'_1$, à l'intervalle horaire X

([1]) D'après la position relative de l'observateur au-dessous de la nappe nuageuse des *cirrus* déjà descendus.

([2]) *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 905.

moindre que X'_1, puisque la distance $AO = r$ est plus grande que la distance $AO_1 = r'_1$.

On a, dans le triangle AOO_1, la relation géométrique

$$(1) \qquad r^2 = r'^2_1 + \overline{OO_1}^2 + 2 r'_1 \, OO_1 \cos AO_1O_m;$$

et comme

$$OO_1 = V(X'_1 - X) \qquad \text{et} \qquad \cos AO_1O_m = \frac{O_1O_m}{r'_1} = \frac{V(X_m - X'_1)}{r'_1},$$

la relation (1) devient

$$(2) \qquad \left(\frac{r}{r'_1}\right)^2 = 1 + \left(\frac{V}{r'_1}\right)^2 (X'_1 - X)^2 + 2\left(\frac{V}{r'_1}\right)^2 (X_m - X'_1)(X'_1 - X),$$

et

$$(3) \qquad \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 = 1 + \alpha(X'_1 - X)^2 + \alpha(X'_1 - X),$$

en représentant par α et β les deux constantes caractéristiques du cyclone, ou du typhon en question

$$\alpha = \left(\frac{V}{r'_1}\right)^2 \qquad \text{et} \qquad \beta = \left(\frac{V}{r'_1}\right)^2 (X_m - X'_1).$$

6. Dans le cas où le rapport $\frac{P-p}{P-p'} = \frac{r'}{r}$ serait donc satisfait, sans erreur sensible, dans tous les météores indistinctement, jusqu'à la limite $P - p'_1$, de $P - p'$ atteinte, sur chacun d'eux, à la distance r'_1 de son centre de dépression, à l'observatoire quelconque A, à l'intervalle horaire x'_1, la relation (3) deviendrait donc

$$(4) \qquad \left(\frac{P - p'_1}{P - p}\right)^2 = 1 + \alpha(X'_1 - X)^2 + \beta(X'_1 - X).$$

Dans ces conditions : la *courbe* des baisses barométriques tracée avec les valeurs de $P - p$ *comme ordonnées verticales* Y et avec les intervalles horaires X *comme abscisses horizontales*, aurait alors pour équation, $Y = f(X)$, l'expression générale

$$(5) \qquad Y = \frac{Y'_1}{\sqrt{1 + \alpha(X'_1 - X)^2 + \beta(X'_1 - X)}},$$

sur toute l'étendue, *seulement*, de la branche *convexe* et *ascendante ainsi limitée* à l'ordonnée Y'_1 et à l'abscisse X'_1, de chacune des *sept courbes*, $Y = f(X)$, des baisses barométriques données antérieurement comme exemples. Or, on voit en effet sur les tableaux suivants, que les valeurs numériques *observées*, $P - p$ des ordonnées de ces sept courbes, embrassant toute la variété de leurs types réalisables, ne diffèrent de leurs

valeurs correspondantes *calculées* au moyen de l'équation (5) que de fractions de grandeurs relatives négligeables :

	I.			II.			III.	
x.	P — p.	Calcul.	x.	P — p.	Calcul.	x.	P — p.	Calcul.
0...	5,2	5,2	0...	5	5	0...	6,6	6,6
1...	6,4	6,3	1...	6	6,04	3...	7,6	8,0
2...	8,2	7,9	2...	7,9	7,61	6...	8,8	8,7
3...	11,0	10,6	3...	10,5	10,16	9...	10,6	10,3
4...	16,0	16,0	4...	14,7	14,7	12...	12,8	12,6
5...	29	29	5...	22	22	15...	16,2	16,2
	—			—		18...	23,2	22,3
	—			—		21...	33,6	33,6

$x'_1 = 5$ $y'_1 = 29$ $\alpha = 0,934$ $\beta = 1,351$

$x'_1 = 5$ $y'_1 = 22$ $\alpha = 0,03144$ $\beta = 0,3467$

$x'_1 = 21$ $y'_1 = 33,6$ $\alpha = 0,0424$ $\beta = 0,2958$

	IV.			V.	
x.	P — p.	Calcul.	x.	P — p.	Calcul.
0...	6,2	6,2	0...	3,6	3,6
4...	7,55	7,45	1...	9,9	»
8...	9,75	9,31	2...	4,2	4,5
12...	12,6	12,31	3...	4,8	»
16...	17,8	17,8	4...	5,7	5,9
18...	21,6	22,3	5...	6,8	»
22...	33,8	33,8	6...	8,6	8,6
	—		7...	11,2	10,8
	—		8...	14,0	13,9
	—		9...	17	17

$x'_1 = 22$ $y'_1 = 33,8$ $\alpha = 0,0544$ $\beta = 0,1075$

$x'_1 = 9$ $y'_1 = 17$ $\alpha = 0,2328$ $\beta = 0,2706$

	VI.			VII.	
x.	P — p.	Calcul.	x.	P — p.	Calcul.
0...	2,5	2,5	0...	3,4	3,4
1...	3,0	2,95	3...	3,7	3,8
2...	3,8	3,58	6...	4,1	4,3
3...	4,7	4,54	9...	4,8	4,9
4...	6,0	6,0	12...	5,6	5,8
5...	7,6	8,07	15...	7,0	7,0
6...	9,5	9,5	18...	9,0	8,8
	—		21...	11,5	11,5

$x'_1 = 6$ $y'_1 = 9,5$ $\alpha = 0,0262$ $\beta = 0,3095$

$x'_1 = 21$ $y'_1 = 11,5$ $\alpha = 0,01427$ $\beta = 0,1975$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Fluorescence, et lois générales relatives aux vitesses de réaction.* Note [1] de M. **Jean Perrin** et Mlle **Choucroun.**

I. Suivant l'hypothèse féconde qu'Arrhenius a imaginée pour expliquer l'allure paisible de la plupart des réactions et leur grande sensibilité aux variations de température, une molécule, avant de réagir chimiquement, doit être amenée dans un certain état *critique*, état qui diffère de l'état ordinaire par un excès bien déterminé de l'énergie interne (incrément critique). Pour chaque espèce chimique, il se formerait à chaque instant des molécules critiques a_1, en même temps qu'il se referait par ailleurs des molécules ordinaires A_1, en sorte qu'il y ait, à toute température, équilibre statistique entre les deux états. La Thermodynamique exige alors que pour une concentration c_1 donnée des molécules ordinaires, la concentration γ_1 des molécules critiques varie comme l'exponentielle de $\left(\frac{-E_1}{RT}\right)$, E_1 désignant l'incrément critique.

S'il y a réaction, c'est que des molécules a_1 disparaissent au cours de certaines des rencontres qu'elles ont avec d'autres molécules critiques a_2, a_3, ..., l'ensemble primitif A laissant à sa place, après la rencontre, un ensemble A' de nouvelles molécules. Supposons la réaction bimoléculaire (on généralisera sans peine); la vitesse de cette réaction, proportionnelle au nombre des rencontres entre les molécules critiques a_1 et a_2, sera donc proportionnelle au produit $\gamma_1\gamma_2$. Si de plus la proportion des disparitions est faible, chaque concentration γ garde pratiquement, relativement aux variables c_1 et T, la même expression qu'en régime tout à fait stationnaire. On voit donc que la vitesse de réaction changera avec cette température comme l'exponentielle de $\left(-\frac{E_1+E_2}{RT}\right)$ ou de $\left(\frac{-E}{RT}\right)$, la constante E ayant pour signification physique d'être une somme d'incréments critiques. Cette loi d'influence de la température, prévue par Arrhenius [2], se vérifie très bien, comme on sait.

II. Quand les molécules critiques retombent dans l'état ordinaire, l'énergie qu'elles perdent doit être rayonnée. Réciproquement, une lumière de fréquence convenable ν_1 pourra élever une molécule ordinaire dans l'état

---

(1) Séance du 14 avril 1924.

(2) Arrhenius, *Zeits. für phys. Chemie,* t. 4, 1889, p. 223.

critique (sans qu'il soit exclu qu'un choc puisse avoir le même effet). C'est l'hypothèse radiochimique essentielle. On peut la justifier par diverses raisons. La plus convaincante est sans doute que, jointe à la loi d'Arrhenius, cette hypothèse impose de façon immédiate (sans *rien* préjuger sur la structure des molécules) la loi du rayonnement de Planck et la loi des quanta ([1]). En particulier, elle exige que la différence E_1 d'énergie interne entre les états critique et ordinaire soit égale à $H\nu_1$, H étant la constante de Planck (0,004 par molécule-gramme) et ν_1 la fréquence de la lumière qui peut être absorbée, ou qui est émise, dans le passage d'un de ces états à l'autre (en sorte qu'on retrouve comme loi une extension d'un postulat de Bohr).

III. Si la lumière ν_2 arrive de l'extérieur avec une intensité beaucoup plus grande que celle qu'elle possède dans la radiation isotherme où le corps se trouve baigné (du fait qu'il est à une certaine température), la concentration γ_1 des molécules critiques augmentera, donc aussi le nombre des régénérations. La lumière émise par ces régénérations, en conséquence de l'excitation extérieure, constitue une *fluorescence*, visible ou invisible, en sorte que tout corps capable de donner une molécule critique est fluorescent. Réciproquement nous admettrons que toute fluorescence a une telle origine.

IV. Choisissons comme corps A_1 un corps à fluorescence visible, excitable par une lumière visible, ce qui facilite les recherches et les mesures. Tels sont le bleu de méthylène ou l'éosine. Choisissons comme corps A_2 un solvant transparent pour cette lumière excitatrice et par suite non modifié par elle ; telle est la glycérine.

Même si le corps fluorescent A_1 peut réagir sur le solvant A_2, la vitesse de réaction sera négligeable à l'obscurité si le produit $\gamma_1\gamma_2$ (fixé alors par la seule température) est par trop petit. Mais si nous éclairons violemment par la lumière qui excite A_1, la concentration γ_1 est multipliée par un nombre qui peut être énorme, et la réaction peut prendre une vitesse notable.

En effet, dans la glycérine, toutes les matières organiques fluorescentes sont détruites par la lumière qui les fait luire ([2]), avec formation d'un leucodérivé et d'une aldéhyde, impliquant réaction bimoléculaire ([3]). Elles sont

---

([1]) Jean Perrin, *Radiation and Chemistry*, p. 1-27; *General discussion held by the Faraday Society*, 1921.

([2]) Jean Perrin, *Société suisse de Physique* (Zürich, 1913) et *Annales de Physique*, t. 10, 1918, p. 133. C'est le point de départ du travail actuel.

([3]) Levaillant, *Comptes rendus*, t. 177, 1923, p. 398.

du reste en général aussi détruites par l'oxygène de l'air (Levaillant), selon une réaction différente que nous éviterons en opérant dans le vide. Enfin, plusieurs au moins d'entre elles ne sont pas altérées par illumination dans l'eau privée d'air (Mac Lennan, Wood, Levaillant), ce qui nous permettra d'étudier l'action de la matière colorante sur la glycérine, prises toutes deux en solution étendue dans l'eau.

Ces réactions sont *photochimiques*, en tant qu'elles ne se produisent pas à l'obscurité; mais on peut aussi les regarder comme thermiques, puisque pour la glycérine la concentration γ_2 en molécules critiques est fixée par la seule température, selon la loi d'Arrhenius. Cette concentration γ_2 est donc proportionnelle à l'exponentielle de $\left(\frac{-\mathrm{H}\nu_2}{\mathrm{RT}}\right)$, désignant par ν_2 la fréquence de la radiation capable de faire passer la glycérine dans l'état critique. C'est ce que l'un de nous a déjà vérifié [1] pour le bleu de méthylène nouveau et le bleu fluorescent, trouvant dans les deux cas pour la radiation active sur la glycérine la fréquence 9.10^{13}, soit un infrarouge de longueur d'onde $3^{\mu},3$. Et, renseignements pris depuis (Victor Henri), la glycérine a en effet dans l'infrarouge une très forte bande d'absorption aux environs de $3^{\mu},25$.

Au contraire, la vitesse de destruction de l'éosine dans la glycérine s'est montrée indifférente à la température (*loc. cit.*, p. 665). Il a fallu admettre que la molécule critique d'éosine agit directement sur la molécule ordinaire de glycérine [2]. C'est là un type intéressant de réaction, probablement fréquent : toutes les molécules qui réagissent ne sont pas forcément critiques, mais il suffit qu'une le soit pour imposer à la vitesse de réaction la loi d'Arrhenius.

V. L'influence de la concentration restait à étudier, et cette étude a été le but de la présente recherche.

On jugerait qu'elle était superflue si l'on supposait que chaque concentration γ de molécules critiques est proportionnelle à la concentration c_1 des molécules ordinaires correspondantes. Auquel cas la vitesse de réaction, proportionnelle à $\gamma_1 \gamma_2$, serait proportionnelle au produit $c_1 c_2$ et obéirait à l'énoncé bien connu de la loi d'action de masse.

Disons tout de suite que précisément cela n'a pas lieu et que cette loi d'action de masse, admise universellement pour la vitesse de réaction, n'est

---

(1) *Comptes rendus*, t. 177, 1923, p. 612 et 665.

(2) Ou qu'il existe une glycérine critique à très faible incrément, très abondante dans la glycérine ordinaire et de propriétés très voisines.

probablement pas exacte en général, sinon pour des dilutions extrêmes, mais s'applique seulement aux corps qui réagissent par leurs molécules ordinaires, avec une masse active insensible aux variations de température.

C'est ce qu'on est conduit à comprendre en se rappelant que l'éclat d'un corps fluorescent diminue quand sa concentration grandit [1], et de manière à devenir en général insignifiant pour de fortes concentrations. Cela veut dire, dans la conception qu'on vient de rappeler, que le nombre de régénérations décroît, et par suite que le nombre des molécules élevées dans l'état critique par la lumière excitatrice décroît. La concentration γ en molécules critiques (dont la vie moyenne reste la même) devient donc plus faible quand la concentration croît, les molécules ordinaires se protégeant, quand elles se rapprochent, contre leur transformation par la lumière.

Mais si γ décroît, la vitesse de destruction dans la glycérine doit décroître. Ce fait très frappant, constaté dès le début [2], se trouve confirmé par des mesures plus précises.

Par exemple, pour le même éclairement, une solution au $\frac{1}{50000}$ de bleu de méthylène ayant une vitesse (initiale) de destruction représentée par 100, on pourrait penser que la vitesse (rapportée à la même masse de bleu) serait indépendante de la dilution. Elle devient dix fois plus faible dans une solution au $\frac{1}{5000}$ cependant encore très étendue.

D'autres mesures ont porté sur l'éosine. La « constante de vitesse » supposée par la loi d'action de masse, mesurée (colorimétriquement) pour le même éclairement et la même masse d'éosine, au lieu d'être en effet constante, a pris les valeurs

5000, 400, 180, 20

pour des solutions respectivement aux titres de

0,00004, 0,0005, 0,005, 0,05.

VI. Enfin, dans notre conception générale, rien d'essentiel ne différencie le corps A_1 (corps organique fluorescent) et le corps A_2 (glycérine). Si celui-ci intervient par des molécules critiques, la concentration γ_2 de ces molécules ne doit pas être proportionnelle à la concentration c_2 en glycérine ordinaire, car la protection par rapprochement doit probablement se produire aussi, pour la glycérine.

Nous avons opéré, en solution, dans de l'eau très pure et privée d'air,

---

(1) Voir *Comptes rendus*, t. 177, 1923, p. 469.

(2) Jean Perrin, *Fluorescence* (*Annales de Physique*, t. 10, 1918, p. 147).

avec un titre fixe en bleu de méthylène nouveau ($\frac{1}{50000}$) et des titres croissants en glycérine. La lumière excitatrice agissait sur le corps colorant, et la température fixait l'état de la glycérine. (Les détails seront donnés ailleurs.) La pseudo « constante de vitesse » a pris, pour les teneurs en glycérine :

$$\frac{1}{50000}, \quad \frac{1}{10000}, \quad \frac{1}{1000}, \quad \frac{1}{100}, \quad \frac{1}{10}, \quad \frac{1}{3,3},$$

respectivement, des valeurs proportionnelles à

$$5000, \quad 4000, \quad 1000, \quad 150, \quad 40, \quad 15.$$

On voit à quel point les molécules ordinaires de glycérine se protègent, quand elles se rapprochent, contre leur transformation en molécules critiques (sous l'action de chocs ou de la radiation interne). Et que la loi d'action de masse est ici, grossièrement fausse (sauf aux dilutions extrêmes pour lesquelles, précisément, la protection cesse, le pouvoir fluorescent devenant constant). Par exemple, dans la glycérine au $\frac{1}{10000}$, on eût dû attendre, pour atteindre la même décoloration, mille fois plus longtemps que dans la glycérine au $\frac{1}{10}$, et il suffisait d'attendre dix fois plus longtemps.

Mais étudions maintenant l'éosine dont nous avons rappelé qu'elle paraît agir directement sur les molécules ordinaires de glycérine. Cette fois, la loi d'action de masse, relativement à la glycérine, peut être exacte. Elle l'est effectivement : pour avoir la même décoloration d'éosine (au titre primitif de $\frac{1}{20000}$), il faut attendre environ dix fois plus longtemps dans la glycérine à 1 pour 100 que dans la glycérine à 10 pour 100.

VII. Ainsi le phénomène, quel qu'il soit, qui protège par leur rapprochement les molécules des corps fluorescents, intervient probablement dans toutes les réactions dont la vitesse change avec la température selon la loi d'Arrhenius, autant dire dans toute la Dynamique chimique. Et la loi d'action de masse pour les vitesses ne serait valable que pour les corps dont la masse active est insensible aux variations de température. On expliquera comment cette loi peut rester, cependant, applicable aux équilibres (comme l'exige la thermodynamique).

VIII. Resterait à comprendre comment deux molécules se protègent en s'approchant l'une de l'autre. On peut supposer que, si une molécule sensible reçoit le quantum qui peut la rendre critique, il lui faut un temps fini pour atteindre sa configuration nouvelle, et qu'elle y parvient par un phénomène oscillatoire. Si, pendant ce temps, une molécule de même nature

s'en approche, elle peut puiser, avec résonance, de l'énergie dans la première, comme l'induit d'un transformateur en prend dans l'inducteur.

Les deux molécules se repoussent alors avec production d'énergie cinétique (ce qui explique l'échauffement par radiation, jusqu'ici mystérieux); d'ailleurs, aucune d'elles n'a plus assez d'énergie pour atteindre la configuration critique, et l'énergie oscillatoire s'épuisera par inductions et répulsions successives.

Il n'est enfin pas exclu que la même induction joue parfois pendant les régénérations, ce qui interviendrait aussi dans la diminution constatée de l'éclat. S'il en est ainsi, le pouvoir fluorescent décroîtra plus vite encore que le pouvoir réactif : des comparaisons précises sont en cours.

MÉCANIQUE. — *Vibration et résonance des arbres porte-hélices.* Note de M. André Blondel.

Depuis longtemps les constructeurs de machines marines commandant des hélices, et des moteurs d'aviation commandaut des hélices aériennes, ont constaté des ruptures d'arbres; elles ont été attribuées à des vibrations excessives qui doivent provenir d'une mise en résonance de l'ensemble arbre et hélice, l'hélice jouant le rôle d'un volant [1]. Les auteurs qui ont traité cette question ont cru nécessaire de la simplifier à l'extrême en assimilant l'ensemble de la machine motrice à un volant unique placé arbitrairement au milieu de la longueur de l'arbre-manivelle.

La méthode que j'ai exposée récemment [2] permet cependant de résoudre facilement le problème en attribuant au moteur un arbre fictif sur lequel sont supposés répartis uniformément les inerties et les coefficients d'élasticité de torsion préalablement calculés. Si l'on suppose que l'arbre-manivelle aboutit immédiatement au palier de l'hélice, comme cela est le cas dans les moteurs d'aviation, la résonance se produit pour l'har-

---

[1] Voir notamment l'importante étude consacrée à ce sujet il y quelques années par M. Lorain, *Étude sur les vibrations de torsion des arbres porte-hélices* (*Bulletin de l'Association technique maritime*, n° 20, Session de 1909).

[2] *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1120.

Errata à cette Note: Page 1123, ligne 7 en remontant, *au lieu de* A_{n-1}, *lire* A_x; page 1124, ligne 10 en remontant, *au lieu de* $-\sin px$ et $-\tang px$, *lire* $-j\sin px$, et $-j\tang px$; page 1126, ligne 5, *au lieu de* $i\rho$, *lire* $i\rho l$; et *au lieu de* gi_l, *lire* $\frac{gi}{l}$.

monique commun des différents couples moteurs, et l'équation de la résonance est donnée par mes formules (26) ou (27), page 1125.

Au contraire, si un arbre cylindrique de longueur notable sert à relier le moteur à l'hélice, la solution précédente doit être complétée pour tenir compte de l'élasticité et de l'inertie de cet arbre, comme on va le voir.

Je conserve les notations de ma précédente Note, et j'appellerai en outre l_0 la longueur de l'arbre intermédiaire considéré, ρ_0, i_0 la densité et le moment d'inertie par unité de longueur; g_0 et i_{10} le coefficient d'élasticité de glissement et le moment d'inertie polaire de la section fictive, ξ_0 le coefficient d'amortissement représentant les frottements internes (les frottements dans les paliers et les cylindres ne devant pas entrer en ligne de compte pour les raisons que j'ai indiquées précédemment [1]), contrairement à l'opinion généralement admise). Enfin, j'appellerai I le moment d'inertie de l'hélice formant volant, β le coefficient d'amortissement applicable au mouvement de l'hélice et dont des expressions variées ont été données par différents auteurs.

Je rappelle qu'on suppose, à chaque instant, l'équilibre réalisé entre l'effort moteur et l'effort résistant; les équations contiennent donc seulement les mouvements perturbateurs. J'appelle, en chaque point de l'axe du système, α l'angle d'écart instantané au temps t, q le couple de glissement au même point.

Les couples perturbateurs étant périodiques, on considère suivant les cas, tel ou tel harmonique de la série de Fourier suivant laquelle on peut les développer; il suffit de considérer les amplitudes des torsions sinusoïdales correspondantes. J'ai introduit directement ces amplitudes, en employant la notation complexe; c'est-à-dire en posant $\alpha = \mathrm{A}\, e^{j\omega t}$, $q = \mathrm{G}\, e^{j\omega t}$, en désignant par ω la vitesse de pulsation du mouvement oscillatoire considéré; j étant égal à $\sqrt{-1}$. Toutes les équations différentielles étant linéaires, $e^{j\omega t}$ s'élimine de lui-même; c'est pourquoi j'écris directement les équations des amplitudes.

L'équation différentielle du mouvement de l'hélice elle-même, d'après les définitions précédentes, est

$$\mathrm{I}\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \beta\frac{\partial \alpha}{\partial t} + q = 0. \qquad (1)$$

On en déduit, en appelant A_0 et G_0 les amplitudes de l'écart angulaire

---

[1] *Comptes rendus*, t. **178**, 1924, p. 358.

et du couple de l'hélice :

$$(2) \qquad \omega^2 I A_0 - j\beta\omega A_0 = G_0,$$

d'où

$$(3) \qquad A_0 = \frac{G_0}{\omega^2 I - j\omega\beta}.$$

Considérons maintenant l'arbre porte-hélice, de longueur l_0, qui relie l'hélice à l'arbre-manivelle du moteur proprement dit. Pour éviter toute confusion avec le calcul fait précédemment pour l'arbre-manivelle, j'appellerai y les abscisses comptées en allant de l'hélice vers l'arbre-manivelle, tandis que j'ai désigné par x les abscisses comptées en sens inverse, en allant du bout libre de l'arbre-manivelle jusqu'à l'axe du volant, remplacé ici par l'ensemble de l'arbre porte-hélice et de l'hélice.

Les équations (3), (3 *bis*) et (4), page 1122, s'appliquent à l'arbre porte-hélice en faisant $q = Q = 0$ puisqu'il n'y a pas de couple moteur, cet arbre étant en dehors de la manivelle motrice. Pour simplifier l'écriture, je définirai encore la constante de propagation des vibrations par l'équation

$$(4) \qquad v_0 = \sqrt{\frac{j\omega\xi_0 - \omega^2 \rho_0 i_0}{g_0 i_{10}}},$$

en attribuant l'indice l_0 à l'arbre considéré.

On peut ainsi écrire immédiatement, en appelant a_0 et b_0 deux constantes, l'amplitude de l'écart angulaire au point y

$$(5) \qquad A_y = a_0 \operatorname{ch} v_0 y + b_0 \operatorname{sh} v_0 y.$$

Le couple de glissement G_y au même point s'en déduit immédiatement par la même équation que l'équation (7) de la page 1122, mais en changeant le signe du second membre parce que les longueurs y sont comptées en sens inverse des longueurs x; on a ainsi

$$(6) \qquad G_y = (gi_1)_0 \frac{\partial A_y}{\partial y} = (gi_1 v)_0 (a_0 \operatorname{sh} v_0 y + b_0 \operatorname{ch} v_0 y).$$

Au point de jonction de l'arbre avec l'hélice, $y = 0$, et par suite $A_0 = a_0$ et $G_0 = (g_1^i v_l)_0 b_0$.

Introduisons encore une constante auxiliaire sous forme d'un angle hyperbolique ϖ_0 défini par l'équation

$$(7) \qquad \operatorname{th} \varpi_0 = \frac{b_0}{a_0} = \frac{C_0}{(gi_1 v)_0 A_0} = \frac{\omega^2 I - j\beta}{R_0},$$

en posant, pour simplifier l'écriture :

$$R_0 = (g i_1 v)_0. \tag{8}$$

En substituant ces différentes valeurs dans (5) et (6), on obtient les expressions suivantes de A_y et G_y

$$A_y = A_0 \frac{\operatorname{ch}(v_0 y + \varpi_0)}{\operatorname{ch} \varpi_0}, \tag{9}$$

$$G_y = R_0 A_y \operatorname{th}(v_0 y + \varpi_0). \tag{10}$$

Faisons $y = l_0$ au point de raccordement de l'arbre porte-hélice avec l'arbre-manivelle ; nous aurons en ce point

$$A_{l_0} = A_0 \operatorname{ch}(v_0 l_0 + \varpi_0), \tag{11}$$

$$G_{l_0} = R_0 A_0 \operatorname{th}(v_0 l_0 + \varpi_0). \tag{12}$$

Toutes les variables sont des variables complexes (de la forme $U + jW$) : le module représente l'amplitude et l'argument le décalage de phase. La résolution numérique est faite par simple lecture quand on emploie les abaques des tangentes hyperboliques et des cosinus hyperboliques que j'ai récemment édités [1]. La difficulté est limitée au calcul des coefficients i, i_1, g et ξ.

Au point l_0, les valeurs de A_{l_0} et de G_{l_0} doivent être égales aux valeurs de A_n et de G_n, qu'on déduit des équations (19) et (20) de ma précédente Note, en y faisant $x = l_n$, longueur de l'arbre-manivelle proprement dite.

Avant d'écrire ces égalités, je rappellerai que j'ai posé pour simplifier : $R_n = (Giv)_n$ pour l'arbre-manivelle, et $H_n = \frac{\Sigma \Gamma_n}{I_a}$, en désignant par Γ_n les harmoniques de même ordre des couples moteurs des différentes manivelles, et I_a le moment d'inertie totale de l'arbre-manivelle. Quand le moteur était relié directement au volant, il suffisait d'exprimer que A_n et G_n satisfaisaient à l'équation du volant (17 *bis*) et à celle de l'arbre-manivelle (13) :

$$\omega^2 I A_n + G_n = 0, \tag{17 bis}$$

$$R_n A_n \operatorname{th} v_n l_n + G_n = - R_n H_n \operatorname{th} v_n l_n. \tag{13}$$

(17 *bis*) est ici remplacé par l'équation (14) :

$$R_0 A_n \operatorname{th}(v_0 l_0 + \varpi_0) - G_n = 0, \tag{14}$$

obtenue en remplaçant dans l'équation (10) G_y et A_y par G_n et A_n. La

(1) *Revue générale d'Électricité*, t. 14, 1923, p. 775.

résolution de ces deux équations linéaires (13) et (14) donne

$$A_n = \frac{R_n H_n \operatorname{th} v_n l_n}{\Delta} \tag{15}$$

et

$$G_n = -\frac{R_0 R_n H_n \operatorname{th}(v_0 l_0 + \varpi_0) \operatorname{th} v_n l_n}{\Delta}, \tag{16}$$

en représentant par Δ le dénominateur commun :

$$\Delta = R_n \operatorname{th} v_n l_n + R_0 \operatorname{th}(v_0 l_0 + \varpi_0). \tag{17}$$

Tant qu'il y a de l'amortissement, Δ n'est jamais nul; on peut simplement chercher son minimum. Mais on a, avec une approximation très suffisante, la condition de résonance en annulant Δ après avoir annulé les amortissements, c'est-à-dire fait $\xi = \xi_n = \beta = 0$. La valeur complexe v est alors remplacée par une valeur réelle p, et les fonctions hyperboliques par des fonctions circulaires; l'équation de résonance s'écrit donc

$$-R_n \operatorname{tang} p_n l_n = R_0 \operatorname{tang}(p_0 l_0 + \varpi_0). \tag{18}$$

Si l'on remplace ϖ_0 par sa valeur, l'équation de résonance devient plus explicitement

$$-R_n \operatorname{tang} p_n l_n = R_0 \operatorname{tang}\left(p_0 l_0 + \operatorname{arc\,tang} \frac{\omega^2 I}{R_0}\right), \tag{19}$$

qu'il est facile de comprendre d'après les définitions données précédemment et que je rappelle :

$$p_0 l_0 = \omega l_0 \sqrt{\left(\frac{\rho i}{g i_1}\right)_0} = \omega \sqrt{\frac{I_0}{C_0}}, \tag{20}$$

$$p_n l_n = \omega l_n \sqrt{\left(\frac{\rho i}{g i_1}\right)_n} = \omega \sqrt{\frac{I_n}{C_n}}, \tag{21}$$

$$R_0 = (g i_1 p)_0 = \omega \sqrt{C_0 I_0}, \tag{22}$$

$$R_n = (g i_1 p)_n = \omega \sqrt{C_n I_n}, \tag{23}$$

dans lesquelles on peut mettre en évidence, comme je l'ai fait précédemment, le couple total de torsion C_a de l'arbre-manivelle et son inertie totale I_a, en remarquant qu'on a les relations

$$C_a = \left(\frac{g i_1}{l}\right)_n, \tag{24}$$

$$I_a = (\rho i l)_n, \tag{25}$$

$$p_n l_n = \sqrt{\frac{I_a}{C_a}} \tag{26}$$

et des expressions analogues pour l'arbre porte-hélice.

En substituant ces valeurs dans l'équation de résonance, elle prend ainsi la forme pratique :

$$(27)\qquad -\sqrt{I_a C_a}\,\operatorname{tang}\omega\sqrt{\frac{I_a}{C_a}} = \sqrt{I_0 C_0}\,\operatorname{tang}\left[\omega\sqrt{\frac{I_0}{C_0}} + \operatorname{arc\,tang}\frac{\omega I}{\sqrt{I_0 C_0}}\right].$$

En la comparant à l'équation (27) de la page 1126, on voit que le second membre divisé par ω représente l'inertie d'un volant équivalent à l'ensemble de l'arbre porte-hélice et de l'hélice.

Cette remarque est intéressante, parce qu'elle permet de substituer cette inertie à l'inertie du volant dans toutes les équations de résonance, que j'ai établies précédemment par d'autres méthodes, exactement de la même manière qu'on peut remplacer le volant I par $\frac{I}{\sigma}$ dans la formule que j'ai donnée pour le cas d'une dynamo entraînée par un accouplement élastique.

Si l'on remplaçait l'arbre-manivelle par une seule masse de même inertie I_a, l'équation (27) serait remplacée par

$$(28)\qquad \omega\sqrt{\frac{I_0}{C_0}} + \operatorname{arc\,tang}\frac{\omega I}{\sqrt{I_0 C_0}} + \operatorname{arc\,tang}\frac{\omega I_a}{\sqrt{I_0 C_0}} = 0.$$

L'équation (27) ne contenant pas H est indépendante de la répartition et de la phase du couple perturbateur; ses diverses racines ω correspondent à des résonances de l'ensemble des arbres en un plus ou moins grand nombre de concamérations, c'est-à-dire avec un ou plusieurs nœuds de torsion.

Ces vibrations peuvent être encore mesurées et inscrites par la méthode optique que j'ai décrite récemment [1] et qui nécessite seulement l'installation de deux disques semblables, à fentes radiales (ou en développantes) respectivement aux deux bouts du système, c'est-à-dire au bout libre du moteur et au bout de l'arbre portant l'hélice. La figure 2 est suffisamment expliquée par sa légende ; une prochaine Note donnera d'ailleurs un exemple des résultats obtenus par l'application de cette méthode.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 50 et p. 1343, fig. 2.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation catalytique des éthers benzyliques.* Note [1] de M. J.-B. **Senderens**.

Dans une précédente Communication [2] j'annonçais que la méthode de préparation catalytique des éthers-oxydes par l'acide sulfurique dilué s'appliquait aux alcools aromatiques. J'exposerai dans cette Note les résultats obtenus avec le premier de ces alcools, l'alcool benzylique.

Oxyde de benzyle. — Cannizzaro avait préparé cet éther en chauffant durant quelques heures à 120-125°, dans un tube scellé, une pâte formée d'alcool benzylique et d'acide borique fondu et pulvérisé [3]. Depuis lors on avait observé qu'il se forme en petite quantité lorsqu'on chauffe à 190° un mélange d'eau et de chlorure de benzyle [4] ou que l'on traite ce même chlorure par une solution éthérée d'alcool benzylique additionnée de sodium [5].

En 1908, Meisenheimer [6], en distillant de l'alcool benzylique purifié au moyen d'une solution aqueuse de SO^3HNa, constata la présence d'oxyde de benzyle qu'il attribua à l'action de très petites quantités de SO^4H^2 formé durant la distillation. Pour s'en assurer, il chauffa durant 3 heures dans un bain d'huile maintenu à 200-215° un mélange de 20^g d'alcool benzylique et de $0^{cm^3},02$ de la solution normale, soit $0^g,001$ de SO^4H^2 et il obtint 2^g d'éther benzylique. Dans une autre expérience où il employait 3 gouttes d'acide à 30 pour 100 de SO^4H^2, les 20^g d'alcool benzylique auraient donné, après 2 heures à 210°, 15^g d'éther. Là paraissent s'être arrêtées les recherches de Meisenheimer qui montraient d'une manière frappante le rôle catalyseur de l'acide sulfurique dilué dans l'éthérification de l'alcool benzylique sans préciser les conditions dans lesquelles elle doit se produire. C'est ainsi que, d'après ces recherches, il semble qu'il faudrait opérer au-dessus de 200°, ce qui est absolument inexact.

Mes expériences ont porté sur une molécule, soit 108^g, d'alcool benzylique et j'ai constaté que l'addition de 1^{cm^3} d'acide sulfurique à 66° B. y détermine déjà un précipité blanc de benzétérène C^7H^6, tandis qu'au contraire ce

---

(1) Séance du 7 avril 1924.

(2) *Comptes rendus*, t. **177**, 1923, p. 1183.

(3) *Ann. Chim. Phys.* 3e série, t. **43**, 1855, p. 349.

(4) Limpricht, *Ann. Chem.*, t. **139**, 1865, p. 349.

(5) Lowe, *Ann. Chem.*, t. **241**, 1887, p. 374.

(6) *D. Ch. G.*, t. **41**, 1908, p. 1420.

précipité ne se forme pas ou est négligeable avec 2^{cm^3} ou 3^{cm^3} d'hydrate $SO^4H^2 + 3H^2O$.

Le mélange de 108^g d'alcool benzylique et 2^{cm^3} de ce dernier hydrate a été introduit dans un ballon communiquant avec un réfrigérant descendant et muni d'un thermomètre dont le réservoir plongeait dans le mélange.

L'ébullition se produit à 125°; l'éthérification se manifeste vers 130° par un trouble subit de la liqueur et, si l'on ne dépasse pas 140°, la réaction se poursuit régulièrement selon l'équation

$$\underset{\text{Alcool benzylique.}}{2C^6H^5.CH^2OH} = \underset{\text{Oxyde de benzyle.}}{C^6H^5.CH^2.O.CH^2C^6H^5} + H^2O.$$

Elle est totale en moins d'une demi-heure d'ébullition, comme le montre l'eau recueillie, l'éther-oxyde restant dans le ballon.

Si on laisse, au contraire, la température s'élever rapidement, il se produit, au voisinage de 170°, une réaction tumultueuse qui projette hors du ballon de l'eau et un liquide épais qui se prend en une résine dure et cassante par le refroidissement. C'est la même résine qu'obtenait Cannizzaro (*loc. cit.*) lorsque, au lieu de chauffer vers 120°, le mélange d'alcool benzylique et d'anhydride borique, il opérait à une température élevée. Il avait trouvé pour cette résine la formule $C^{14}H^{12}$ qui semblerait correspondre à la formation du stilbène, d'après l'équation

$$2C^6H^5.CH^2OH = \underset{\text{Stilbène.}}{C^6H^5.CH = CH.C^6H^5} + 2H^2O.$$

Mais tandis que le stilbène fond à 125° et bout à 306°, la résine en question commence à fondre beaucoup plus bas et son ébullition se fait de 300° à 360° et au-dessus, comme celle d'un produit mal défini qui résulterait de condensations.

Cette résine paraît provenir de la destruction de l'oxyde de benzyle préalablement formé, car on constate la même réaction explosive lorsque cet oxyde est chauffé vers 170° avec 2 pour 100 de $SO^4H^2.3H^2O$. La destruction de l'oxyde est très lente, mais elle se fait encore à 140° et même à 130°, ce qui explique, dans l'éthérification de l'alcool benzylique, la présence de produits condensés en quantité d'autant plus faible que la température est moins élevée.

Éthers mixtes de l'alcool benzylique. — On connaissait les éthers méthyl, éthyl, isobutyl et isoamylbenzyliques, dont on avait simplement donné les points d'ébullition et qui se préparaient par action des alcoolates de

sodium sur le chlorure de benzyle, on encore, dans le cas de l'oxyde benzylméthylique, en faisant agir le bromure de phénylmagnésium sur l'éther-oxyde monochlorométhylique.

A première vue, il ne semblait guère possible d'arriver à ces éthers par l'emploi de l'acide sulfurique.

Nous venons, en effet, de voir que l'éthérification de l'alcool benzylique n'exige qu'une très faible quantité d'hydrate $SO^4H^2 + 3H^2O$ au delà de laquelle il se formerait un précipité de plus en plus abondant de benzétérène selon les quantités d'hydrate employées. Par ailleurs, cette éthérification se fait en quelques minutes.

Les alcools de la série grasse au contraire s'éthérifient lentement, et de plus, comme je m'en suis assuré par des expériences directes, encore inédites, ils exigent des proportions d'acide sulfurique concentré qui sont, en volume, de 10 pour 100 pour l'alcool isoamylique ; de 30 pour 100 pour le butanol ; de 50 pour 100 pour le propanol ; de 100 pour 100 pour l'éthanol.

L'éthérification de l'alcool isoamylique est celle qui demande le moins de SO^4H^2. Mais du moment que l'addition de 1 pour 100 de cet acide à l'alcool benzylique suffit pour en précipiter du benzétérène, n'y avait-il pas à craindre que les 10 pour 100 de SO^4H^2 apportés par l'alcool isoamylique ne déterminassent une précipitation totale !

Le danger paraissait moins grand avec l'acide sulfurique dilué, et c'est ainsi que j'ai été amené à ajouter 20^{cm^3} de l'hydrate $SO^4H^2 + 2H^2O$ au mélange de 100^{cm^3} d'alcool isoamylique et de 100^{cm^3} d'alcool benzylique. Il n'y a pas eu de précipité de benzétérène.

Restait à savoir comment se comporterait ce mélange. Chauffé dans un ballon muni d'un réfrigérant descendant, il est entré en ébullition vers 120°. Si on laisse la température s'élever rapidement, il se produit vers 170° la même réaction explosive que dans la préparation de l'oxyde de benzyle.

En maintenant au contraire la température au voisinage de 125°, le mélange ne tarde pas à se troubler. Au bout d'une demi-heure l'eau ne distille plus, ce qui indique la fin de la réaction. Le contenu du ballon, après traitement à l'eau et au carbonate de soude, a donné par la distillation les trois éthers prévus :

$$3C^6H^5-CH^2OH + 3C^5H^{11}OH = \left\{\begin{array}{l} C^6H^5CH^2-O-CH^2-C^6H^5 \\ \quad\text{Oxyde de benzyle.} \\ + C^5H^{11}-O-C^5H^{11} \\ \quad\text{Oxyde d'isoamyle.} \\ + C^5H^{11}O.CH^2-C^6H^5 \\ \quad\text{Oxyde d'isoamylbenzyle.} \end{array}\right. + 3H^2O.$$

Ces trois éthers sont en parties à peu près égales que le grand écart de leur point d'ébullition permet aisément de séparer.

On a vu que l'alcool isoamylique était celui qui exigeait notablement le moins d'acide sulfurique pour s'éthérifier. Dès lors si pour le mélange des autres alcools avec l'alcool benzylique on emploie la même proportion d'hydrate $SO^4H^2 + 2H^2O$ que pour l'alcool isoamylique, ces alcools ne s'éthérifieront pas, mais il se pourrait que l'éther mixte se formât en même temps que l'oxyde de benzyle. Dans ce cas, avec l'éthanol, par exemple, on aurait les oxydes benzylique et éthylbenzylique :

$$3C^6H^5CH^2OH + C^2H^5OH = (C^6H^5CH^2)^2O + \genfrac{}{}{0pt}{}{C^6H^5CH^2}{C^2H^5}\!\!>\!O + 2H^2O.$$

C'est en effet ce qui s'est produit. En ajoutant 20^{cm^3} de $SO^4H^2 + 2H^2O$ au mélange de 100^{cm^3} d'alcool benzylique et de 100^{cm^3} d'un alcool forménique, j'ai constaté que l'excès de ce dernier alcool distillait, tandis qu'il restait dans le ballon le mélange de l'éther mixte et de l'oxyde de benzyle dans des proportions qui s'accordaient avec l'équation ci-dessus. La séparation des éthers mixtes est d'autant plus facile que leurs points d'ébullition sont très éloignés de celui de l'oxyde de benzyle qui bout avec une certaine décomposition au voisinage de 300°.

J'ai préparé de la sorte les éthers mixtes suivants :

Oxydes.	P. E. corr. H = 744.	Densités D_4^{0}.
Éthylbenzylique	184°	0,9577
Propylbenzylique	201	0,9447
Butylbenzylique	220,5	0,9310
Isopropylbenzylique	193,5	0,9346
Isobutylbenzylique	212,5	0,9250
Isoamylbenzylique	235	0,9200

Ce tableau montre que tandis que les points d'ébullition s'élèvent avec le poids moléculaire de l'éther, les densités au contraire diminuent comme cela a été constaté pour les éthers mixtes correspondants du phénol.

M. E. Fournier fait hommage à l'Académie d'une brochure qu'il vient de publier sous le titre : *Particularités inédites de la baisse barométrique dans les cyclones et leur utilisation.*

M. **E.-L. Bouvier** fait hommage à l'Académie d'un ouvrage qu'il vient de publier sous le titre :

Fédération française des Sociétés de sciences naturelles. Office central de faunistique. *Faune de France : 7. Pycnogonides.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Études de Lépidoptérologie comparée*, par Charles Oberthür. Fascicule XXII. Partie I. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

2° *Angola et Rhodesia* (1912-1914). Mission Rohan-Chabot. Tome IV : *Histoire naturelle*. Fascicule I : *Mammifères* (Anatomie comparée, Embryologie), *Oiseaux*, *Reptiles*, *Poissons*.

ALGÈBRE. — *Un nouveau théorème sur les équations.* Note (1) de M. **A. Pellet.**

Soit l'équation quatrinome

$$a_0 + a_1 + x^{n_1} + a_2 x^{n_2} + a_3 x^{n_3} = 0, \qquad n_3 > n_2 > n_1.$$

Le module de sa racine de plus petit module, x_0, satisfait aux inégalités

$$3\left|\frac{a_0}{a_1}\right| > |x_0|^{n_1}, \qquad 3\left|\frac{a_0}{a_2}\right| > |x_0|^{n_2}, \qquad \left|\frac{a_0}{a_3}\right| > |x_0|^{n_3},$$

comme si x_0 était la racine de plus petit module de l'équation en y :

$$a_0 + a_1 x_0^{n_1-1} y + a_2 x_0^{n_2-2} y^2 + a_3 x_0^{n_3-3} y^3 = 0.$$

Ajoutons à la première équation le terme $a_4 x^{n_4}$ $(n_4 > n_3)$ et appliquons deux fois le théorème de Lucas ; on obtient l'équation

$$n_4 n_3 a_0 + (n_4 - n_1)(n_3 - n_1) a_1 x^{n_1} + (n_4 - n_2)(n_3 - n_2) a_2 x^{n_2} = 0$$

(1) Séance du 14 avril 1924.

dont le module de la racine de plus petit module r' est supérieur à $|x_0|$, car on peut faire tendre a_4 vers o. D'où

$$\frac{2n_4n_3}{(n_4-n_1)(n_3-n_1)}\left|\frac{a_0}{a_1}\right| > r'^{n_1}, \qquad \frac{n_4n_3}{(n_4-n_2)(n_3-n_2)}\left|\frac{a_0}{a_2}\right| > r'^{n_2}.$$

Prenons n_4 assez grand pour qu'on ait

$$3 > \frac{2n_4n_3}{(n_4-n_1)(n_3-n_1)}, \qquad 3 > \frac{n_4n_3}{(n_4-n_2)(n_4-n_1)},$$

alors les inégalités écrites plus haut seront satisfaites puisque $r' \geqq |x_0|$. Ainsi de proche en proche on voit que la racine de plus petit module x_0 de l'équation à $m+1$ termes :

$$a_0 + a_1x^{n_1} + \ldots + a_mx^{n_m} = 0,$$

les entiers positifs n, ..., n_m allant en croissant, satisfait aux mêmes inégalités que la racine de plus petit module de l'équation

$$a_0 + a_1x_0^{n-1}y + \ldots + a_mx^{n_m-m}y^m = 0.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarque sur la Note de M. Mordouhay-Boltovskoy.* Note [1] de M. **Mandelbrojt**, présentée par M. Hadamard.

M. Mordouhay-Boltowskoy [2] mentionne les résultats obtenus par plusieurs auteurs (Pincherle, Teixeira, Hurwitz, Kœnigsberger, Kock, Soubotine, M. Mordouhay-Boltovskoy, etc.) d'après lesquels une série entière $y = \Sigma a_n x^n$ à coefficients rationnels qui représente une fonction satisfaisant à l'équation différentielle algébrique, jouit des propriétés suivantes :

1° p_n étant le plus grand diviseur de d_n $\left(d_n\right.$ est le dénominateur de la fraction irréductible $\left.a_n = \frac{c_n}{d_n}\right)$, la quantité $\frac{p_n}{n^k}$ reste finie quand n augmente indéfiniment (k étant un entier);

2° $\lambda(p)$ étant l'exposant d'un facteur quelconque de d_n, $\frac{\lambda(p)}{\sigma^n}$ reste fini;

3° $\frac{\lambda(p_n)}{n}$ reste fini.

Dans la même Note, M. Mordouhay-Boltovskoy démontre que toutes

---

(1) Séance du 14 avril 1924.

(2) *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1260.

les solutions d'une classe particulière des équations étudiées par M. Painlevé jouissent des propriétés 1° avec $k = 1$ et 3°. Ces conditions sont alors, d'après l'auteur, les conditions nécessaires pour l'intégration en termes finis.

Je veux démontrer qu'*une série quelconque à coefficient réel peut être représentée comme une somme d'une fonction entière et d'une série jouissant des propriétés* 1° *avec* $k = 1$, 2° *et* 3°.

Soit $\Sigma a_n x^n$ une série entière à coefficients réels. En désignant par $p_{[n]}$ le plus grand nombre premier inférieur à n, développons la valeur absolue de a_n en fraction infinie, en prenant comme base $p_{[n]}$,

$$|a_n| = \alpha_0 + \frac{\alpha_1}{p_{[n]}} + \ldots + \frac{\alpha_n}{p_{[n]}^n} + \frac{\alpha_{n+1}}{p_{[n]}^{n+1}} + \ldots.$$

Soient

$$a'_n = \alpha_0 + \frac{\alpha_1}{p_{[n]}} + \ldots + \frac{\alpha_n}{p_{[n]}^n} \quad \text{et} \quad a''_n = \frac{\alpha_{n+1}}{p_{[n]}^{n+1}} + \ldots.$$

On a donc

$$a_n = \varepsilon_n a'_n + \varepsilon_n a''_n \quad (\varepsilon_n \text{ étant égal à } +1 \text{ ou } -1).$$

Mais l'inégalité $a''_n < \frac{1}{p_{[n]}^n}$ montre que la série $\Sigma \varepsilon_n a''_n x^n$ représente une fonction entière, tandis que la série $\Sigma \varepsilon a'_n x^n$ jouit des propriétés voulues, ce qui est très facile à vérifier.

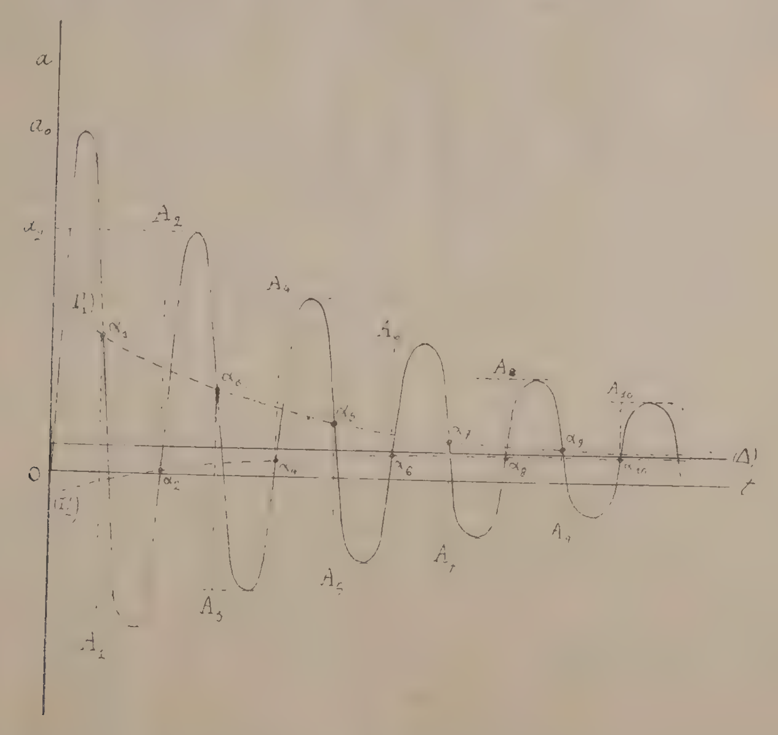
MÉCANIQUE. — *Sur les procédés d'étude de l'évolution des caoutchoucs. Amortissement des oscillations de torsion.* Note [1] de MM. **J. Villey**, **P. Vernotte** et **F. Fontenay**, présentée par M. G. Kœnigs.

Dans l'identification et le contrôle des matières de constitution très complexe susceptibles d'évolution et d'altération, on ne peut obtenir de résultats dignes de confiance qu'en utilisant simultanément la mesure de diverses propriétés mécaniques et physiques choisies parmi celles qui comportent le plus de précision : leur efficacité, au point de vue identification, est encore plus importante que leurs relations plus ou moins directes avec les qualités recherchées dans l'utilisation.

Un exemple intéressant est donné par l'étude de l'évolution des caoutchoucs. Dans ces produits colloïdaux très complexes, les qualités pratiques

[1] Séance du 14 avril 1924.

de souplesse et de cohésion mécanique disparaissent à la fin d'une évolution qui comporte un accroissement progressif des particules. Pour déceler et suivre les premières phases de cette évolution, il faut utiliser des mesures relatives aux propriétés de la matière dans sa masse même. Nous avons été conduits à étudier particulièrement les frottements internes caractérisés par l'amortissement d'oscillations, le pouvoir inducteur spécifique, la conductibilité ohmique et la polarisation diélectrique. Les études faites jusqu'ici ont porté sur les gaines isolantes des fils électriques utilisés pour l'allumage haute tension des moteurs d'aviation; la forme cylindrique de ces fils est particulièrement commode pour ces diverses mesures.



Pour les frottements internes, on a réalisé avec ces gaines, vidées du conducteur métallique intérieur, des pendules de torsion dont on enregistre le mouvement oscillatoire. La présente Note ne vise qu'à préciser quelques particularités observées dans ces mesures et à définir une méthode utilisable pour en déduire un coefficient caractéristique de l'amortissement.

Les courbes enregistrées ont les caractères reproduits sur la figure, où l'on a porté le temps en abscisses suivant Ot, et en coordonnées suivant Oa les angles de torsion comptés à partir de l'azimut d'équilibre initial avant l'impulsion de mise en route.

La courbe a des oscillations amorties, avec une pseudo-période régulière, de part et d'autre d'une asymptote Δ parallèle à l'axe Ot qui caractérise l'azimut d'équilibre final. Il est déplacé, par rapport à l'azimut d'équilibre initial dans le sens de l'impulsion de lancement; pour des élongations de lancement de l'ordre de 3 degrés, ces déplacements étaient de l'ordre de 10 minutes.

Ceci manifeste que la déformation élastique est compliquée de déformations pseudo-permanentes; à chaque demi-oscillation elles doivent déplacer l'azimut de couple nul de part et d'autre de sa valeur finale. Si l'on connaissait les positions successives $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \ldots$ de ces azimuts de couple nul, on pourrait chercher à vérifier, comme généralisation de la notion classique de coefficient d'amortissement des oscillations élastiques, la relation

$$\frac{\alpha_{n+1}\mathrm{A}_{n+1}}{\alpha_n\mathrm{A}_n} = k,$$

où le rapport k de deux élongations successives serait un coefficient spécifique caractéristique du frottement interne.

A priori, les points inconnus $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5, \ldots$ et $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6, \ldots$ doivent se grouper sur deux courbes régulières Γ_1 et Γ_2 situées de part et d'autre de Δ et asymptotes à cette droite. On s'est proposé de chercher simplement si l'on pourrait déterminer empiriquement un coefficient k donnant une telle distribution régulière de points α; cette distribution dépend en même temps, bien entendu, d'un second paramètre qui est la position de l'un d'entre eux, par exemple α_1.

L'expérience a montré que, malgré le caractère anormal de la première élongation de lancement (confirmé par ce fait que le point O, représentant l'azimut de départ, ne se place pas sur la courbe régulière Γ_2 des points α d'indice pair), le calcul effectué en utilisant cette première élongation, dont on connaît l'amplitude, conduit à des résultats très cohérents.

Ce calcul est ainsi conduit :

1° On détermine une première valeur approchée de k basée sur la relation $k^2 = \frac{\alpha_2\mathrm{A}_2}{\mathrm{O}a_0}$, ou approximativement $k^2 = \frac{\mathrm{O}a_2}{\mathrm{O}a_0}$, car les vérifications *a posteriori* confirment que le point α_2 est voisin de l'axe Ot comme il est à prévoir *a priori*;

2° On utilise cette première valeur approchée de k pour placer le point α_1 par la relation $\frac{\alpha_1\mathrm{A}_1}{\mathrm{O}a_0} = k$;

3° Partant de là, on corrige progressivement la valeur de k par la condition qu'elle fournisse une série de points $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \ldots$ distribués régulièrement comme il a été dit, à partir du point de départ α_1 dont on corrige la position exacte à chaque nouvelle approximation de k.

Les tâtonnements relatifs à cette troisième partie se conduisent assez rapidement. Avec des valeurs de k de l'ordre de 0,750, une modification de une unité sur le troisième chiffre décimal à partir de la valeur correcte se manifeste déjà par une déformation sensible des courbes Γ_1 et Γ_2 : dans un sens, elles se rapprochent trop vite et viennent couper Δ; dans l'autre, elles ne se rapprochent pas assez vite au début et accusent un peu plus loin une courbure en sens opposé de leur courbure normale.

La valeur $(1 - k)$ ainsi déterminée, avec une précision de l'ordre de $\frac{1}{250}$, se montre permanente à cet ordre de précision dans des expériences répétées à température fixe. Elle apparaît ainsi comme une caractéristique très intéressante pour déceler et chiffrer l'évolution du caoutchouc. On opère toujours avec la même masse oscillante placée dans des conditions identiques, pour n'avoir pas besoin pratiquement d'éliminer, de l'effet global $(1 - k)$, la partie minime qui correspond au frottement sur l'air.

On a là l'exemple d'un cas où l'un des phénomènes composants (l'amortissement par frottement) d'un ensemble complexe donné globalement par l'expérience peut être isolé par la condition de régularité imposée à ses variations.

NAVIGATION. — *Sur un appareil de calcul destiné à suppléer au calcul numérique et à l'usage des tables utilisées en navigation de groupes.* Note de M. **Charles Lafon**, présentée par M. d'Ocagne.

Quiconque a l'expérience de la navigation maritime et de la navigation aérienne a pu constater combien il est difficile de faire des graphiques tant soit peu compliqués (par exemple, ceux qui se rapportent à la recherche de l'ennemi, aux routes en zigzag, aux manœuvres d'ensemble, etc.) dans une carlingue d'avion ou sur une passerelle de petit navire.

Les ouvrages de tactique navale fournissent des tables nombreuses qu'on peut consulter utilement pour exécuter ces graphiques; mais la lecture de ces tables à plusieurs entrées est mal commode sur un petit bâtiment qui roule et tangue, ou dans une nacelle qui vibre. D'autre part, ces tables ne résolvent que des cas particuliers.

Cela nous a conduit à étudier et à mettre au point un appareil, qui pourrait être dit un *combinateur grapho-mécanique marin*, dont le but est de supprimer les graphiques et de substituer une manipulation simple à des dessins qui peuvent surcharger les cartes tout en présentant, par ailleurs, certaines complications.

Un rapporteur permet de lire des angles déterminés directement par l'appareil, angles qu'on est obligé de chercher dans les tables si l'on ne possède pas l'appareil de calcul grapho-mécanique ici décrit.

Cet appareil se compose de larges règles graduées, dites règles-mères, sur lesquelles peuvent coulisser des curseurs. Chacun de ces curseurs est muni d'un axe sur lequel on peut fixer d'autres règles graduées dites règles secondaires. Ces dernières règles sont munies, à leur extrémité, d'une petite douille pouvant s'emboîter sur l'axe de n'importe quel curseur.

L'appareil permet de résoudre immédiatement tout problème de composition de vitesses. Il permet aussi de connaître d'avance, approximativement, le temps qui sera nécessaire pour se rendre à un poste donné.

Appelons route relative la trajectoire que semble parcourir un navire (ou aéronef) observé B par rapport à un navire (ou aéronef) observateur A.

Il est clair que les deux routes relatives sont parallèles (qu'il s'agisse de la route apparente de B *vue de* A, ou de la route apparente de A *vue de* B). Elles se confondent lorsque les deux mobiles vont à la rencontre l'un de l'autre. Dans ce cas, on peut dire que la droite joignant les deux mobiles (dont nous supposons les trajectoires rectilignes) est la *route relative de collision*. La distance qui sépare les mobiles est la *distance relative* Dr, et la vitesse Va du navire A qui veut rejoindre le navire B est combinée avec la vitesse Vb de B, de telle façon que le triangle des vitesses ait pour côté la droite qui se confond avec la route relative. La longueur de ce côté est dite *vitesse relative* Vr.

En vue de déterminer la route à suivre pour changer de poste dans une escadre ou une escadrille de navires ou d'aéronefs, considérons la position du « guide » qui est le régulateur de la manœuvre.

Si un navire A doit aller du poste Pa au poste $P'a$ *par rapport à ce guide*, on supposera simplement que le navire A cherche à entrer en collision avec un navire *fictif* B, placé en $P'a$ et lié rigidement au guide.

Dès lors, la construction indiquée ci-dessus s'applique. Pour avoir la durée du changement de poste, il suffit de diviser par un certain nombre connu le rapport $\frac{Dr}{Vr}$.

L'appareil permet également de résoudre divers problèmes, notamment de tracer, sans le secours des tables, certaines courbes très intéressantes pour la tactique navale.

Il est commode de disposer l'appareil sur une planche orientable recou-

verte de papier quadrillé. On peut ainsi avoir la trace matérielle de toute combinaison grapho-mécanique réalisée au moyen de l'appareil. Il peut être indispensable, lors de certaines actions de guerre ou même lors de certaines manœuvres, de garder la preuve écrite de l'opération qui aura été ainsi réalisée ou tentée.

A titre d'exemple, indiquons que l'appareil présenté permet de résoudre d'intéressants problèmes tels que le suivant : Trouver la route et la vitesse d'un navire aperçu.

Pour résoudre ce petit problème, on visera le navire observé au moyen des axes de deux curseurs convenablement disposés. L'une des règles-mères de l'appareil sera maintenue (chacune de ces règles étant percée de deux trous pour le passage de vis) suivant la direction de l'axe longitudinal du navire ou de l'aéronef observateur. L'autre règle-mère et des règles secondaires convenablement disposées pourront pivoter librement. Un curseur de la règle immobilisée représentant la position A de l'observateur, on disposera deux curseurs dans deux directions du navire observé B, directions repérées à deux époques t_1 et t_2 connues. Les distances de l'observateur à l'autre navire sont également mesurées (au moyen du télémètre) aux époques t_1 et t_2.

Dès lors, l'appareil donne immédiatement la *route relative* de B et une triangulation mécanique rapide fournit la *route réelle*. On obtient la vitesse réelle par une division simple.

Si le navire A veut passer à une *distance donnée* du navire B (cas particulier = o) l'appareil indiquera de combien de degrés B devra incliner sa route (et dans quel sens) pour obtenir le résultat cherché.

Les indications données ci-dessus peuvent être très utiles, non seulement pour la marine de la guerre, mais aussi pour la marine marchande.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la stéréochimie du ruthénium.*

Note de M. **Raymond Charonnat**, transmise par M. A. Béhal.

Dans une Note précédente [1] j'ai fait connaître qu'on pouvait trouver des composés du ruthénium analogues à ceux de l'iridium dont la stéréochimie est élucidée, et obtenir enfin l'isomère d'une de ses combinaisons dans un cas où celui-ci est attendu.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1279.

Parmi les corps décrits dans cette Note, certains sont en toute vraisemblance des racémiques; je n'en ai pas encore séparé les antipodes, mais j'ai pu, dans un autre cas, obtenir la première combinaison optiquement active du ruthénium.

Les ruthénotrioxalates étant trop fragiles, je me suis adressé aux oxalates du ruthénium nitrosé qui forme des complexes robustes [1]. L'action de 2^{mol} d'oxalate neutre de potassium sur le sel de Joly $[Ru(NO)Cl^5]K^2$ conduit à un ruthénonitrosochlorodioxalate $Ru(NO)Cl(C^2O^4)^2]K^2$ très soluble, très sujet à la sursaturation, donnant des sels d'alcaloïdes incristallisables et par conséquent peu apte à un dédoublement en antipodes. La substitution de 1^{mol} de pyridine à 1^{at} de chlore dans un anion complexe abaisse dans beaucoup de cas la solubilité, la ruthénonitrosopyridinodioxalate de potassium $[Ru(NO)py(C^2O^4)^2K (py = C^5H^5N)$ est en effet beaucoup plus maniable. On peut le préparer soit par action de la pyridine puis de l'oxalate de potassium, soit plus aisément par action successive de l'oxalate puis de la pyridine en quantités calculées, à 130°, sur le sel $[Ru(NO)Cl^5]K^2$. Il se présente en grandes tables tricliniques rouges bien cristallisées avec $4H^2O$. En même temps se forment en faible proportion de petits cristaux rouges insolubles de formule $[Ru(NO)py^2Cl(C^2O^4)]$.

Par l'acide chlorhydrique à la température de 100°, on peut remplacer les groupes oxaliques par du chlore et passer de

$$[Ru(NO)py(C^2O^4)^2]K \quad \text{à} \quad [Ru(NO)pyCl^4] \qquad (I)$$

et de

$$[Ru(NO)py^2Cl(C^2O^4)] \quad \text{à} \quad [Ru(NO)py^2Cl^3]. \qquad (II)$$

L'action ménagée de la pyridine sur le corps (I) fournit un complexe hydroxo $[Ru(NO)py^2Cl^2(OH)]$ qui, par l'acide chlorhydrique, se transforme en un corps identique au corps (II). Toutes ces combinaisons sont très stables.

Cette série de transformations faisait prévoir qu'il n'était point téméraire de tenter le dédoublement du ruthénonitrosopyridinodioxalate obtenu. Si cet ion complexe a la figure de l'octaèdre de Werner, les groupes (NO) et py ne peuvent être qu'en positions contiguës (isomère *cis*, asymétrique, donc dédoublable) ou en positions opposées (isomère *trans*, symétrique,

---

(1) La valence (principale) du ruthénium dans les combinaisons nitrosées n'est pas connue, car les réactions qui conduisent des sels non nitrosés aux sels nitrosés sont compliquées; il n'est pas sûr qu'on puisse les assimiler aux combinaisons nitrosées du fer.

indédoublable). Supposons qu'il ne se soit point formé ou qu'on n'ait pas isolé de combinaison asymétrique dans la préparation de

$$[Ru(NO)py(C^2O^4)^2]K \quad (^1).$$

Alors (NO) et py sont en position *trans* dans $[Ru(NO)py(C^2O^4)^2]K$; les deux groupes py sont contigus au groupe (NO) dans

$$[Ru(NO)py^2(C^2O^4)Cl]$$

et de même quand des atomes de chlore sont venus prendre la place des groupes (C^2O^4); mais, à partir du corps (I) qui a un groupe py opposé au groupe (NO), on devrait, par substitution de pyridine, obtenir un corps différent du corps (II) qui, par hypothèse, n'a pas les groupes (NO) et py en position opposée. En fait, on obtient un corps identique : il s'est donc formé un complexe à formule asymétrique, vraisemblablement c'est le plus abondant $[Ru(NO)py(C^2O^4)^2]K$.

Par double décomposition avec le chlorhydrate neutre de quinine, celui-ci forme des sels roses peu solubles. La cristallisation fractionnée dans l'eau permet d'isoler deux sels de quinine isomères, l'un moins soluble (0,43 pour 100 à 100°) cristallise en aiguilles grossières, il est dextrogyre $\alpha_D = +252°$ dans une solution à volumes égaux d'alcool à 95° et de chloroforme, à une concentration voisine de 2 pour 1000; l'autre plus soluble (1,27 pour 100) cristallise en fines aiguilles, il est lévogyre $\alpha_D = -346°$ dans les conditions ci-dessus.

Les sels de quinidine cristallisent également, le moins soluble est lévogyre. La plupart des autres sels d'alcaloïdes ne cristallisent pas.

L'action des alcalis même dilués ou de leurs carbonates altère l'ion complexe, celle de l'ammoniaque sur les sels de quinine en solution alcoolique-chloroformique ne libère que la quinine, et permet d'obtenir des sels d'ammonium actifs sur la lumière polarisée, qui restent visqueux et ont un α_D voisin de ± 425° en solution aqueuse à 2 pour 1000. Des quantités équivalentes des sels droit et gauche en solutions concentrées donnent par mélange un précipité cristallin du racémique ammoniacal beaucoup moins soluble.

Le pouvoir rotatoire de ces combinaisons se conserve assez bien à la température ordinaire; après 30 jours la rotation produite par une solution n'a

---

(1) Il paraît en être ainsi dans l'action de l'ammoniaque ou de l'éthylènediamine sur $[Ru(NO)Cl^5]K^2$ (voir *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1279).

pas varié; en 3 mois et demi, elle est passée de 1°48′ à 1°42′, quelques moisissures s'étant développées dans la solution.

Les sels actifs d'ammonium par double décomposition avec le chlorhydrate de pyridine donnent directement les sels de pyridine actifs en cristaux orthorhombiques anhydres assez solubles. Le racémique ne se prête pas à cette double décomposition, il faut passer par l'intermédiaire du sel d'argent pour obtenir le $(d+l)[Ru(NO)py(C^2O^4)^2]Hpy$.

Ainsi le ruthénium doit être ajouté à la liste des éléments, encore peu nombreux, qui peuvent, comme atomes centraux s'entourant d'un groupement dissymétrique d'atomes, former des combinaisons optiquement actives isolables.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur la composition des gaz de hauts fourneaux.* Note [1] de M. J. **Seigle**, transmise par M. Charpy.

Compositions arithmétiquement possibles en CO^2 *et* CO *dans les gaz du gueulard.* — En considérant le cas simple d'un haut fourneau où l'on réduit un oxyde de fer par du carbone pur, en soufflant de l'air sec aux tuyères, le gaz du gueulard est formé des gaz CO^2, CO et azote; j'ai montré dans des études antérieures que les teneurs en volumes pour 100 des gaz CO^2 et CO étaient liées par la relation linéaire

$$(1) \qquad \left[\frac{100}{B} - \frac{\mu(100-B)}{1,86\times B}\right]CO^2 + \left[\frac{100+B}{2B} - \frac{\mu(100-B)}{1,86\times B}\right]CO = 10,04,$$

formule dans laquelle B représente le pour 100 d'oxygène en volume dans le vent soufflé; μ le volume d'oxygène exprimé en mètres cubes (à 0° et 760^{mm}) qui était combiné au fer dans le minerai réduit par 1^{kg} de carbone chargé; c'est une quantité qui résulte des données de la charge du haut fourneau.

Le coefficient 1,86 est le rapport du volume moléculaire = 22,32 au poids moléculaire du carbone = 12.

Dans une représentation graphique (*fig.* 1), les teneurs arithmétiquement possibles en CO^2 et CO sont les points d'une certaine droite D; pour chaque teneur B en oxygène de vent soufflé, et chaque valeur μ d'oxygène du minerai réduit, on a une droite D déterminée.

---

[1] Séance du 24 mars 1924.

Point idéal de Gruner. — On admet généralement que la combustion du carbone au nez des tuyères donne du CO^2, lequel à quelque distance de là, par suite de la masse de coke, se transforme entièrement en CO.

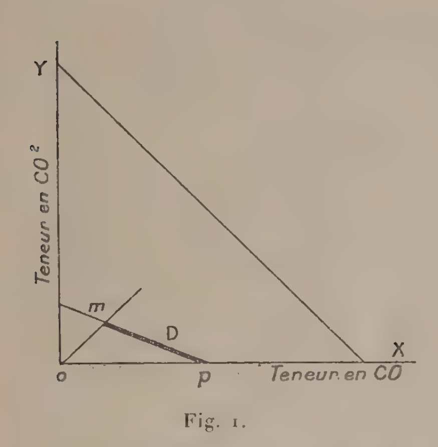


Fig. 1.

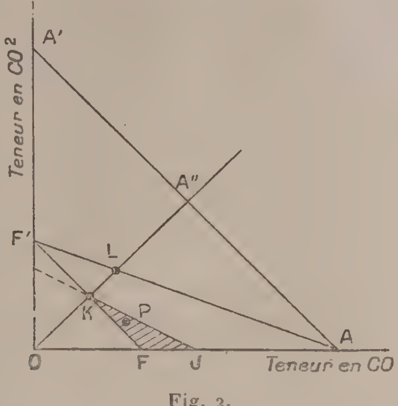


Fig. 2.

Le minerai est réduit en grande partie par ce CO (réduction dite indirecte); Gruner définissait comme marche idéale celle dans laquelle la réduction du minerai s'effectuerait ainsi dans sa totalité; c'est le mieux qu'on puisse demander au haut fourneau; le carbone aura alors dégagé dans le fourneau même le maximum possible de calories compatible avec la réduction qu'il a à effectuer.

J'ai démontré antérieurement que le rapport des teneurs en volumes des gaz CO^2 et CO, ou indice idéal de Gruner, serait alors

$$i_0 = \frac{2\mu}{1,86 - 2\mu}. \tag{2}$$

Comme on le voit, ce rapport est indépendant de la teneur B en oxygène du vent soufflé.

Le « point idéal » pour la marche (B, μ) est donc le point m de rencontre de la droite caractéristique D et de la droite Om, telle que la tangente de l'angle XOm est égale à i_0.

Compositions réelles possibles. — Les compositions en CO et CO^2 seules possibles pour le haut fourneau avec la marche (B, μ) sont donc finalement représentées par les points du segment de droite mp; l'indice réel $\frac{CO^2}{CO}$ est inférieur à l'indice idéal, on a ce qu'on appelle de la réduction directe.

Valeurs extrêmes du volume μ d'oxygène réduit par 1^{kg} de carbone. — La valeur minimum de μ est zéro : on n'ajoute pas de minerai, on a un simple

gazogène; l'équation des droites D est alors

$$\frac{100}{B} CO^2 + \frac{100+B}{2B} CO = 100. \quad (3)$$

La valeur maximum de μ résulte de la relation (2); elle est égale à $\frac{1,86}{2} = 0,93$, et l'indice idéal est alors infini; mais nos hauts fourneaux sont bien loin de pouvoir travailler avec une valeur de μ aussi élevée; on arrive au mieux vers $\mu = 0^{m^3},40$ par kilogramme de carbone.

Ensemble des compositions de gaz possibles avec l'air sec à 20 *pour* 100 *d'oxygène.* — En faisant $B = 21$ dans les relations (1) et (3) successivement $\mu = 0$ et $\mu = 0,93$, on pourra dire que les compositions possibles au haut fourneau en CO^2 et CO pour de l'air à 21 pour 100 d'oxygène seront représentées par les points limités par le triangle FF′A tel que

$$OF = OF' = \frac{200+21}{100+21} = 34,7, \qquad OA = 100.$$

Tous les points de la droite FF′ sont des points de marche idéale pour les différentes valeurs de μ, de 0 à 0,93.

Marche idéale et mise au 0 *pour* 1000 *de coke.* — La quantité de coke par unité de poids de fonte produite, ou mise au 1000 de coke, est pour un minerai et une qualité de fonte donnés, inversement proportionnelle à μ. On voit alors, grâce à la relation (2), que la marche idéale de Gruner est d'autant plus difficile à réaliser que la mise au 1000 de coke a pu être plus abaissée (minerai plus riche, vent plus chaud, etc.).

Marche avec indice égal à l'unité. — D'après ce que l'on sait des conditions d'action de mélanges de CO et de CO^2 sur des oxydes de fer, il est très probable que le fait d'obtenir un gaz à peu près aussi riche en CO^2 qu'en CO, c'est-à-dire le fait d'avoir une marche avec indice $\frac{CO^2}{CO}$ atteignant l'unité, serait déjà un beau résultat; les compositions de gaz seront alors limitées au quadrilatère FKLA.

Le point F représente la teneur en oxyde de carbone 34,7 pour 100 à quelque distance des tuyères, avant toute action réductrice. Pratiquement, les actions réductrices diminuent la teneur en CO jusque vers 28 à 30 pour 100, et la teneur en CO^2 se trouve portée vers 8 à 12 pour 100, c'est-à-dire que les points représentatifs sont dans la région P.

Cas de marche avec air suroxygéné. — Les compositions possibles s'obtiendraient de même; ce qui changera ce sont les positions des points FF′ qui se rapprochent progressivement des points A et A′.

Cas de marche avec de l'oxygène pur. — Les points de marche idéale sont ceux de la droite AA'; chaque marche idéale pour une valeur de μ toujours comprise entre 0 et 0,93 correspondant à un point bien déterminé de cette droite; les compositions de gaz en marche réelle pour une valeur donnée de μ, correspondraient à un point déterminé de AA' toujours situé en dessous du point idéal, et même très vraisemblablement situé en-dessous du milieu A''.

SPÉLÉOLOGIE. — *Sur la plus grande caverne d'Europe* (*Eis-Riesenwelt*) *et les paléo-circulations d'eaux souterraines en hautes montagnes.* Note [1] de M. E.-A. MARTEL, présentée par M. Louis Gentil.

Depuis 1919, des alpinistes et topographes de Salzburg et de Munich ont exploré et révélé la plus grande caverne actuellement connue en Europe. Au 2 juillet 1923, les levés au théodolite (à l'échelle de $\frac{1}{100}$) de MM. Oedl, von Czörnig, von Angermayer, etc., s'étendaient sur 30^{km} de labyrinthes souterrains d'un seul tenant (Adelsberg-Postumia ne compte que 21^{km} de galeries connues, dont 11 sans interruption).

La nouvelle caverne, située à 36^{km} au sud-sud-est de Salzburg, avait été découverte (sur 220^{m} de longueur seulement) en 1878-1879, par A. von Posselt, dont on aurait dû lui conserver le nom. Elle s'ouvre à 1641^{m} d'altitude, dans le massif du Tennen-Gebirge (2428^{m}; calcaire néotriasique du Dachstein). En 1913, von Mörk, Rühl et von Angermayer purent pénétrer jusqu'à 600^{m}, en escaladant des murs de glace et en surmontant de considérables difficultés. Les recherches, reprises depuis 1919, ont reconnu que l'immense *réseau* de ces galeries est coupé d'abîmes et de siphons désamorcés et rempli de dépôts alluvionnaires et conglomérats très anciens, qui prouvent l'existence d'une paléo-rivière souterraine considérable, dont on n'a pas encore retrouvé les points de pénétration extérieurs. La dénivellation des galeries atteint 200^{m} (jusqu'à 1840^{m} d'altitude). Deux kilomètres sont occupés par des amoncellements très pittoresques de glaces; celles-ci se forment *en hiver*, par suite de la pénétration de l'air froid ou des neiges, descendant des gouffres, lapiaz crevassés et bassins absorbants du Tennen-Gebirge. En été, ces glaces fondent partiellement. On considère qu'on a découvert ainsi la plus grande glacière naturelle du monde. Ce qui lui a fait donner le nouveau nom d'Eis-Riesenwelt (monde glacé géant). L'exploration n'est pas achevée.

L'orifice d'entrée est à 1120^{m} au-dessus du cours actuel de la Salzach (à Werfen, 520^{m}).

Il faut rappeler, à propos de cette importante trouvaille, que, de 1909

---

[1] Séance du 14 avril 1924.

à 1913, MM. Bock, Lahner, etc., avaient déjà révélé, dans une situation et avec des caractères identiques, d'autres gigantesques cavernes (également avec glacières naturelles), sous les plateaux du massif même du Dachstein, entre 1400 et 1450^{m} d'altitude, à 1000^{m} au-dessus du cours actuel de la Traun, près Hallstadt. Ici, le réseau de cette haute paléo-Traun souterraine est reconnue sur 10^{km} d'étendue.

D'autre part, les témoins d'anciens écoulements souterrains analogues existent en grand nombre, d'un bout à l'autre des Alpes calcaires du nord-est, depuis le Schneeberg jusqu'au Vorarlberg, entre 1200 et 2000^{m} d'altitude, sur 500^{km} d'étendue, et dominant de 800 à 1500^{m} le fond des vallées actuelles. Il serait prématuré de tirer la moindre conclusion synthétique de cet ensemble de faits : il faut se borner à signaler qu'ils résultent d'une ancienne circulation souterraine très puissante et très élevée. M. Boch, en 1913, a évalué le débit de la paléo-Traun fossile des cavernes du Dachstein à 1500 ou 3000$^{cm^3}$ par seconde. Il a constaté surtout que leurs conglomérats ressemblent à des dépôts extérieurs d'âge *miocène*, et comprennent des matériaux venant des Tauern centrales (quartzites, gneiss, schistes ardoisiers).

Il est donc permis tout au moins d'affirmer l'ancienne existence dans les Alpes calcaires du nord-est, d'une circulation hydrologique souterraine très puissante, au moins pliocène, et peut-être miocène, analogue à celle qui, de nos jours, fonctionne encore beaucoup plus bas, dans les grands tunnels actuels souterrains du Laos (bassin du Mékong), dans les percées du Plantaurel (Ariège), etc.

Les Alpes calcaires du sud-est, de la Styrie au Frioul, présentent aussi des phénomènes semblables, mais qu'on n'a pas encore suffisamment recherchés.

Il est curieux qu'en Suisse, parmi les Alpes calcaires, du Säntis au bas Valais, on n'ait guère trouvé, jusqu'à présent, dans les hauteurs, que des bassins fermés, avec lacs à écoulements souterrains (catalogués en 1911-1913 par M. Lugeon et Mme Jérémine, d'après les cartes suisses). Il y a cependant des abîmes inexplorés, profonds, dit-on, de plus de 100^{m}, dans le canton de Fribourg, près Albeuve, vers 1400 à 1500^{m} d'altitude, et diverses glacières souterraines à de plus grandes altitudes. Les recherches suisses sont incomplètes sous ce rapport. Le Höll-Loch du Muoathal, près Schwytz (environ 10^{km} connus) n'est qu'à 735^{m} d'altitude; et la résurgence de ses eaux drainant les lapiaz de la Karren-Alpe à 630^{m}. L'investigation d'ailleurs n'en est pas encore terminée ([1]).

([1]) Voir *Comptes rendus*, t. 135, 1902, p. 305; *Spéléologie* (XXe siècle), p. 359.

En France du moins, dans les préalpes ou chaînes subalpines (Alpes calcaires de France), le phénomène des hautes absorptions anciennes revêt une extension considérable, depuis le Salève jusqu'au Garagaï de la montagne de Sainte-Victoire en Provence. Ici encore, toutes les recherches sont à approfondir; faute de temps et de ressources, je n'ai pu que les préparer (1892 à 1906) au désert de Platé, au Parmelan, en Grande-Chartreuse, en Dévoluy, en Vercors, en Vaucluse, aux Plans de Canjuers, etc. (¹). En Dévoluy surtout, j'ai montré que les *chouruns* doivent être entre 1550^{m} et 1900^{m}, les portes d'entrée d'immenses cavités souterraines (probablement analogues à l'Eis-Riesenwelt) conduisant encore les percolations du massif aux deux résurgences des Gillardes (alt. 863^{m},6 et 867^{m},2 N. G.); mais ces chouruns (une centaine connus, une quinzaine partiellement explorés) sont intérieurement défendus par de puissantes glacières et par des avalanches souterraines, qui ont limité nos premières tentatives de descente à 70^{m}, notamment au chourun Martin, profond d'au moins 310^{m} et probablement de 500^{m} [de même, en Vénétie, près de Bellune, le Buso de la Lume, du Cansiglio, altitude 1030^{m}, a été exploré à 60^{m}, sondé à 254^{m} (en 1904) et supposé profond de 460^{m}].

Enfin le Caucase en 1903 et les Pyrénées, de 1907 à 1910, nous avaient aussi valu de semblables constatations préliminaires (voir *Comptes rendus*, passim, 1903 à 1910) le gouffre de Heyle à Cacouette (pays Basque) paraît avoir 265^{m} de profondeur, etc.

En résumé, la récente et capitale découverte autrichienne confirme la généralité et l'importance de manifestations hydro-géologiques (les paléo-circulations souterraines de montagnes), dont l'investigation et surtout l'explication demeurent encore fort peu avancées; mais leurs énigmes se trouvent posées par un ensemble et par un nombre de faits constatés, dont les traités de géologie et de géographie physique sont désormais tenus de signaler tout au moins l'existence.

Pour plus amples conclusions, il convient d'attendre la continuation des recherches et la multiplication des résultats.

(¹) Voir *Comptes rendus*, passim; *Traité des Eaux souterraines*, Paris, 1921, p. 127, etc.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la loi générale de l'excitation.* Note [1] de M. **P. Lasareff**, présentée par M. Jean Perrin.

Nos études ont démontré que les ions peuvent provoquer dans tous les organes sensibles une excitation dont l'intensité dépend de la concentration des ions. Dans la présente Note nous développons la loi générale qui permet d'obtenir dans tous les cas possibles le lien entre l'accroissement à peine appréciable de l'excitateur extérieur et l'intensité de cet excitateur même.

Soient C_e la concentration des ions excitants, C_d celle des ions déprimants, provoquée par l'action des excitateurs extérieurs; nous admettrons que pour les excitations à peine appréciables il doit exister une relation

$$A = \sum_{S}\left[\sum_{e}\frac{\Delta C_e}{C_e + a_e} - \sum_{d}\frac{\Delta C_d}{C_d + a_d}\right], \tag{1}$$

A étant une constante, a_e, a_d des concentrations des ions excitants et déprimants à l'état de repos. Les sommes $\sum_e$ et $\sum_d$ sont étendues à tous les ions excitants et déprimants et la somme $\sum_S$ à tous les éléments excités du tissu.

1. *Excitation limitrophe des nerfs et des muscles.* — En supposant que nous comparons l'état de repos ($C_e = 0$ et $C_d = 0$) et l'état de l'excitation minima, nous avons pour chaque fibrille

$$A = \frac{\Delta C_e}{a_e} - \frac{\Delta C_d}{a_d} \quad \text{ou} \quad A = \frac{\Delta C_e + a_e}{a_e} - \frac{\Delta C_d + a_d}{a_d};$$

$C_1 = \Delta C_e + a_e$ étant la concentration limitrophe des ions excitants et $C_2 = \Delta C_d + a_d$ celle des ions déprimants, nous obtenons

$$A = \frac{C_1}{a_e} - \frac{C_2}{a_d}.$$

Cette loi a été démontrée théoriquement par moi et empiriquement trouvée par Loëb [2].

---

[1] Séance du 14 avril 1924.

[2] Les indications bibliographiques sur les travaux cités dans les paragraphes 1, 2, 3, 4 et 5 se trouvent dans les monographies : P. Lasareff, *Recherches sur la théorie ionique de l'excitation* (Moscou, 1918); *Ionentheorie der Reizung* (Bern und Leipzig, 1923).

2. *Excitation de l'organe de la vision.* — Pour la vision monochromatique, il existe seulement un ion excitant, dont la concentration est $C_e = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} KJC$ [1], α_1, α_2 étant des constantes, K une constante d'absorption du pigment photosensible, J l'intensité de la lumière et C la concentration du pigment. Si J est faible et que par suite C puisse être envisagée comme constante, nous aurons

$$A = \sum_s \frac{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} KC\Delta J}{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} KCJ + a_e} \quad \text{ou} \quad A = \Delta J \sum_s \frac{1}{J + \alpha},$$

où

$$\alpha = \frac{a_e \alpha_2}{\alpha_1 KC}.$$

Nous obtiendrons alors la formule de Helmholtz confirmée par les mesures de König, Brodhun et nos propres expériences.

3. *Excitation de l'organe de l'ouïe.* — Si sur l'organe de Corti agit un ton, il existe seulement un ion excitant dont la concentration est $C_e = mJC$ [2], m étant une constante, C la concentration de la substance tono-sensible, J l'intensité du ton. Dans ce cas c'est une fibre nerveuse qui est excitée. Nous avons par conséquent

$$A = \frac{\Delta C_e}{C_e + a_e} = \frac{\Delta J}{J + \frac{a_e}{mC}} = \frac{\Delta J}{J + \beta};$$

β étant une constante si J est petite. Nous obtenons ainsi la loi confirmée dans mon laboratoire par M. P. Belikov.

4. *Excitation de l'organe du goût.* — En appliquant les idées fondamentales de la théorie ionique de l'excitation nous pouvons écrire que $C_e = mC$, où C est la concentration de la substance provoquant la sensation de goût, m étant une constante [3]. Nous obtenons

$$A = \sum_s \frac{\Delta C_e}{C_e + a_e} = \sum_s \frac{\Delta C}{C + \frac{a_e}{m}}.$$

Cette formule a été vérifiée dans mon laboratoire par Mlle Barycheva.

5. *Action du courant électrique sur les nerfs et les muscles.* — Nous avons

---

(1) P. Lasareff, *Recherches*, p. 98.
(2) P. Lasareff, *loc. cit.*, p. 141-142.
(3) P. Lasareff, *loc. cit.*, p. 147.

dans ce cas $C_e = ni$, n étant une constante et i l'intensité du courant. Par conséquent

$$A = \sum_s \frac{\Delta C_e}{C_e + a_e} = \Delta i \sum_s \frac{1}{i + \frac{a_e}{n}},$$

si i est assez grande, nous avons approximativement

$$A = B\frac{\Delta i}{i},$$

B étant une constante.

Cette formule a été obtenue expérimentalement par M. A. Leontovitsch. Comme on le voit la loi (I) présente une généralisation de la loi de Weber-Fechner.

MICROBIOLOGIE. — *De l'influence du pouvoir bactéricide du lait cru sur les ferments lactiques entretenus dans du lait stérilisé, et de la sélection empirique des ferments lactiques.* Note [1] de M. **P. Mazé**, présentée par M. Roux.

Le pouvoir bactéricide du lait frais a été reconnu pour la première fois par Fokker en 1890. En 1908 M.-J. Rosenau et G.-W. Mc Coy [2] concluent de leurs recherches que « l'action germicide du lait frais, au surplus faible et inconstante, varie suivant les animaux, et dans le lait d'un même animal suivant les époques ».

L'emploi systématique des cultures pures de ferments lactiques dans les industries du lait m'a permis de mettre cette propriété en lumière d'une façon frappante.

M. de Bresson, propriétaire de la fromagerie de Marans, m'informait un jour que les ferments lactiques qu'il entretenait lui-même, suivant la méthode que je lui avais enseignée au Laboratoire, s'étaient montrés brusquement incapables d'acidifier convenablement le lait écrémé pasteurisé à 95° pendant une heure, et refroidi à 30°, température à laquelle se faisait l'ensemencement.

Le pouvoir acidifiant de ces mêmes levains était encore plus atténué vis-à-vis de la crème pasteurisée à 70° et refroidie à 15°; leur activité était tel-

(1) Séance du 14 avril 1924.

(2) M.-J. Rosenau et G.-W. Mc Coy, *Hygienic Laboratory* (*Bulletin*, n° 41, p. 449, Washington, 1908).

lement réduite qu'on ne pouvait se défendre de l'idée que l'on se trouvait en présence d'antiseptiques; mais les recherches entreprises dans cette voie sont restées sans résultat. Par contre, les cultures faites dans du lait écrémé stérilisé à 115° qui servaient à ensemencer le lait pasteurisé, ne présentaient pas la moindre variation permettant de supposer que leur activité avait fléchi.

Les accidents survenus pour la première fois vers la fin du premier mois de mars qui a suivi la mise en pratique de la méthode ont duré une dizaine de jours, avec une intensité variable. Ils se sont reproduits l'année suivante avec, en plus, quelques récidives espacées au cours du printemps, plus rares en automne.

Voici les chiffres d'acidité des levains relevés par M. de Bresson au cours d'une période de marche irrégulière observée vers la fin de juin :

Acidité du lait en grammes d'acide lactique par litre.

Numéros des préparations.	Avant la pasteurisation.	Après l'ensemencement.	Après 5 heures à 30°.	Après 20 heures : 30°-23°, moment de l'emploi.
1	2,2	3,2	5,4	9,0
2	2,1	3,1	3,3	4,5
3	2,1	3,1	3,7	4,5
4	2,0	3,0	3,9	8,3
5	2,0	3,0	3,3	4,3
6	2,1	3,8	3,8	9,2
7	2,4	3,4	6,2	9,0

L'acidification des nos 1 et 7 a été régulière bien que l'acidité finale soit restée un peu au-dessous de la normale qui va de 9g à 10g; sa marche a été troublée dans toutes les autres opérations; le n° 6 a présenté au début un retard qui a été gagné rapidement par la suite.

Des faits de même ordre ne m'ont pas été signalés jusqu'ici dans aucune autre région de France; il est donc vraisemblable que le pouvoir bactéricide du lait frais, dû aux alexines empruntées au sang varie avec les races laitières; il se montre particulièrement renforcé au début du printemps, sous l'influence du changement de régime.

Le fait que les ferments lactiques entretenus dans le lait stérilisé y perdent leur « immunité » vis-à-vis du lait frais doit être pris en considération si l'on veut préparer régulièrement des levains lactiques actifs.

Le pouvoir bactéricide du lait frais n'a pas échappé à l'observation empirique, et elle a su en tirer un parti très curieux en vue de la sélection d'espèces résistantes.

L'immunité acquise ou naturelle de ces espèces est d'ailleurs entretenue par des coutumes que la pratique a judicieusement établies. C'est, en effet, cette immunité que les fermières bretonnes mettent en œuvre dans la préparation du lait visqueux (gros lait) en celte « Gweden » [1] : Le lait est ensemencé immédiatement après la traite à la température de 35-36° par conséquent, avec 2 pour 100 environ de lait fermenté emprunté à une préparation antérieure. Il caille au bout de dix à douze heures en été, et prend en même temps une consistance gélatineuse qui persiste même après un battage énergique. Le ferment lactique du « Gweden » se présente sous la forme de longues chaînes à gros éléments encapsulés.

Cultivé dans du lait stérilisé à 115°, il perd plus ou moins vite la propriété de rendre le lait visqueux : il la reprend rapidement après quelques passages dans le lait cru ou le sérum de bovidés, sous la réserve, cependant, que l'un et l'autre renferment le principe bactéricide.

Le mode de défense contre les principes bactéricides qui consiste chez le ferment lactique du « Gweden » à s'envelopper d'une épaisse capsule mucoïde, est assez répandu dans le monde des microbes. La bactérie du charbon, en particulier, se comporte de la même manière dans le sérum de rat, animal réfractaire au charbon, et dans un sérum bactéricide prélevé sur un animal vacciné.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Des anatoxines*. Note de M. G. **Ramon**, présentée par M. Roux.

J'ai proposé le nom d'anatoxine diphtérique [2] pour désigner une toxine diphtérique ayant subi l'action prolongée de la chaleur à l'étuve, ou mieux encore l'action de la chaleur et de l'aldéhyde formique et qui, dépourvue de tout pouvoir nocif, flocule en présence de l'antitoxine comme la toxine d'où elle est issue et donne aux animaux auxquels on l'injecte une immunité active accompagnée de production d'antitoxine.

La toxine diphtérique est-elle la seule capable d'une telle transformation? J'ai déjà indiqué que sous les mêmes actions la toxine tétanique pou-

---

[1] P. Mazé, *Les microbes dans l'Industrie fromagère* (*Annales de l'Institut Pasteur*, t. 19, p. 378).

[2] G. Ramon, *Comptes rendus*, t. 177, 1923, p. 1338. — Voir aussi *C. R. Soc. Biologie*, t. 89, 1923, p. 2, et *Annales Institut Pasteur*, t. 38, 1924, p. 1.

vait aussi se transformer en anatoxine ([1]). D'autres toxines microbiennes sont sans doute susceptibles d'être ainsi modifiées ([2]).

J'ai cherché s'il en était de même de certains poisons végétaux et des venins, très semblables par leurs propriétés aux toxines microbiennes. Dans ce but, je me suis adressé d'une part à une toxalbumine végétale : l'abrine, extraite des graines de l'*Abrus precatorius*, d'autre part au venin de cobra.

Préparons donc, tout d'abord, une solution d'abrine ([3]) que nous additionnons de formol (4 à 5 pour 1000 de la solution commerciale). Après 5 semaines de séjour à la température de l'étuve (38° à 40°), cette solution qui, primitivement, tuait en 48 heures un cobaye de 300^{g} à la dose de $\frac{1}{200}$ de centimètre cube, ne se montre plus toxique pour cet animal même à la dose de plusieurs centimètres cubes. Injectons sous la peau d'un certain nombre de cobayes 1^{cm^3} de cette abrine, ainsi rendue atoxique; un mois après cette unique injection, leur immunité est telle qu'ils supportent facilement 15 à 20 doses mortelles pour un cobaye neuf ([4]). Si avec ce même produit nous faisons à des lapins une série de six injections sous-cutanées de 3 à 6^{cm^3} chacune, à 4 ou 5 jours d'intervalle, ces animaux, 5 semaines après la première injection, résistent à plus de 100 doses mortelles ([5]).

A ce moment 1^{cm^3} de leur sérum est capable de neutraliser 30 à 40 doses mortelles (pour le cobaye).

Dissolvons 50^{cg} de venin de cobra ([6]) dans 200^{cm^3} d'eau physiologique. Cette solution, qui tue en 5 heures un lapin de 1800^{g} à la dose de $0^{cm^3},5$

([1]) Rappelons que Löwenstein (et ses collaborateurs), qui a préconisé l'emploi de la toxine tétanique formolée au début de l'immunisation des chevaux producteurs de sérum, prétend que la toxine diphtérique se prête mal à l'action du formol.

([2]) Weinberg et Goy, *C. R. Soc. Biologie*, t. 90, 1924, p. 269.

([3]) D'après la technique indiquée par Calmette et Delarde (*Annales de l'Institut Pasteur*, t. 10, 1896, p. 675).

([4]) Rehns (*C. R. Soc. Biologie*, 1914) fait agir le formol sur de l'abrine de Merk en poudre. D'après cet auteur, au bout de 48 heures, on peut injecter l'abrine à n'importe quelle dose sans pouvoir produire l'immunité. Il est probable, sinon certain, que, dans ce cas, le formol, agissant en trop fortes proportions et trop brutalement, a détruit à la fois et le pouvoir toxique et le pouvoir antigène de l'abrine ainsi traitée.

([5]) Avec une solution d'abrine non modifiée il faut au moins 6 mois, des injections multiples et beaucoup de prudence pour arriver sensiblement au même résultat (Calmette et Delarde, *loc. cit.*).

([6]) Que nous devons à l'obligeance de MM. Calmette et M. Nicolle.

(soit $1^{mg},25$) en injection sous-cutanée, ne se montre nullement nocive pour cet animal, même à la dose de 10 ou 15^{cm^3}, lorsque, après l'avoir additionnée de 4 à 5 pour 1000 de formol, on lui a fait subir un séjour de 3 à 4 semaines à l'étuve. Des lapins qui reçoivent sous la peau, à 4 ou 5 jours d'intervalle, des injections de 5, 10, 12 et 15^{cm^3} de cette solution devenue inoffensive, sont capables de supporter, 3 semaines après la première injection, jusqu'à 40 doses mortelles de venin [1] (50^{mg}). Si avant de les éprouver ainsi on les a saignés, on constate que leur sérum neutralise déjà sous le volume de 1^{cm^3}, 5 à 10 doses mortelles (pour le cobaye) de venin, soit environ 2^{mg} [2].

Ces essais montrent qu'avec l'abrine, avec le venin on peut obtenir, comme avec les toxines diphtérique et tétanique, des « anatoxiques » capables d'engendrer une immunité et une production d'antiabrine ou d'antivenin dont les résultats qui précèdent permettent d'apprécier toute la valeur, surtout si on les compare à ceux acquis si difficilement et si lentement avec les poisons non modifiés.

Si maintenant on se place à un point de vue plus général, on peut tout d'abord remarquer que toxines microbiennes, toxalbumines végétales, venin, constituent le groupe très important des « antigènes toxiques » dont précisément la toxicité est toujours un obstacle lorsqu'il s'agit d'immunisation. Les résultats concordants obtenus dans chacune de ces trois catégories, soit avec la toxine diphtérique, soit avec l'abrine, soit avec le venin de cobra, montrent la possibilité de transformer les antigènes toxiques en antigènes inoffensifs, en « anatoxines » [3], ce qui facilite grandement

---

[1] Déjà Calmette avait songé à diminuer la toxicité des venins et du venin de cobra en particulier, en l'additionnant avant de l'injecter, d'hypochlorite de chaux. Par ce procédé on peut vacciner un lapin contre 20 doses mortelles en 3 mois (CALMETTE, *Les venins*).

[2] La petite quantité des sérums antiabrique et anticobra dont nous disposions après leur dosage, nous a permis cependant de nous rendre compte de leur floculation en présence de leur antigène respectif, toxique ou anatoxique. L'immunisation d'un cheval contre le venin de cobra, que nous entreprenons dès maintenant nous permettra, grâce à l'abondance du sérum, de mettre au point la réaction de floculation et de mesurer *in vitro* le pouvoir antigène des venins anatoxiques comme nous dosons la valeur immunisante de l'anatoxine diphtérique.

[3] Sans vouloir entrer ici dans des détails d'un autre ordre, nous dirons simplement que la communauté et la facilité de réaction et de transformation de ces « antigènes toxiques » sous les mêmes influences, de même que la similitude des réactions *in vitro* (floculations) de ces antigènes toxiques ou anatoxiques et de leur antitoxine pourra nous éclairer sur la constitution de ces antigènes et de leurs antitoxines.

l'immunisation des animaux et fournit aussi dans nombre de cas un moyen anodin de préserver l'homme d'affections graves.

M. **P.-W. Stuart-Menteath** adresse une Note intitulée : *Sur les mylonites des Pyrénées.*

La séance est levée à 15^h35^m.

E. P.

ERRATA.

—

(Séance du 31 mars 1924.)

Note de MM. *Marcel Godchot* et *Pierre Bedos*, Sur l'obtention de stéréo-isomères dans la série du cyclohexanol disubstitué :

Page 1185, ligne 10, *au lieu de* (95°-99°), *lire* (99°-105°); ligne 12, *au lieu de* (99°-105°), *lire* (95°-99°).

(Séance du 7 avril 1924.)

Note de M. *A. Blondel*, Abaque pour le calcul des constantes caractéristiques :

Page 1242, ligne 3, *au lieu de* Abaque des constantes, *lire* Réduction au quart de l'abaque des constantes.

Page 1244, ligne 5 en remontant, *au lieu de* $\frac{\theta'}{2}$, *lire* $\frac{\pi - \theta'}{2}$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant le premier trimestre 1924.

Abridged scientific publications from the research Laboratory of the Eastman Kodak company. Rochester.

Académie royale de Belgique; classe des sciences; mémoires; collection in-8°. Bruxelles.

Académie royale de Belgique; classe des sciences; mémoires; collection in-4°. Bruxelles.

Acta Academiæ Aboensis; II, *mathematica*. Åbo.

Acta Societatis botanicorum Poloniæ. Varsovie.

Almanaque nautico. San Fernando.

American journal of botany; official publication of the botanical society of America. Lancaster, London.

American naturalist (*the*). Lancaster, Garrison, New-York.

Anales de la Facultad de medicina. Montevideo.

Annaes do Museu Paulista. Sao Paulo.

Annales Academiæ scientiarum Fennicæ; série A. Helsingfors.

Annales de chimie. Paris.

Annales de l'observatoire de Ksara (*Liban*).

Annales de médecine et de pharmacie coloniales. Paris.

Annales des mines ou recueil de mémoires sur l'exploitation des mines et sur les sciences et les arts qui s'y rattachent. Paris.

Annales des ponts et chaussées. Parties technique et administrative. Paris.

Anali di chimica. Trieste.

Annals of the astronomical Observatory of Harvard college. Cambridge, Mass.

Annuaire de l'Académie royale ... de Belgique. Bruxelles.

Annuaire de la fondation Thiers. Issoudun.

Annual report of the american scenic and historic preservation society.

Annual report of the director of the bureau of standards to the secretary of commerce. Washington.

(*A suivre*.)